

# HOGYAN FOGÓDZKODIK AZ OPOSSZUM A FARKÁVAL A FAÁGBA?

## A csavarvonalban föltekerevedve kapaszkodás biomechanikája

Horváth Gábor

ELTE TTK, Fizikai Intézet, Biológiai Fizika Tanszék

Bizonyára mindenki látott már olyan növényt, melynek kacsai csavarvonalban tekeredtek föl egy ágra vagy drótra (1. ábra). Talán a legközismertebb példa a szőlő, amint a támaszul szolgáló drótra kapaszkodik a kacsáival (1.b ábra). A szőlő és sok más kúszónövény kacsokkal kapaszkodik a támaszra, ami a természetben többnyire egy másik növény. A kacsok módosult levelek és száruk. Egy állandóan hosszabbodó kacs körbe-körbe köri, és ha valamilyen tárgyba ütközik, akkor elkezd föltekerevni rá. A kacs tárggyal érintkező oldalán a sejtek növekedési sebessége lelassul az átellenes oldali sejtekéhez képest. Ezért a folyamatosan növekvő kacs fokozatosan a tárgy felé görbül, és lassan föltekerevdi rá. A növények e mozgásformáját nevezzük tigmotropizmusnak<sup>1</sup>.

A növényi kacsok ágakra történő csavarvonalú föltekerevéhez hasonló jelenséggel találkozhatunk számos állatnál is: Például a fákon élő kuskuszok<sup>2</sup> (2.a ábra), farksodrók<sup>3</sup> (2.b ábra) és oposszumok<sup>4</sup> (2.c–d ábra) csavarvonalban föltekerevő hosszú farkukkal kapaszkodnak a faágakba. Egyes kígyók a fára is föl szoktak kúszni, ahol gyakran csavarvonalban tekerednek az ágak köré (2.e ábra). A munkára fogott elefántok pedig az ormányukat csavarszerűen tekerik például a fölemelendő fatörzs köré (2.f ábra).

A növényi kacsok és a szóban forgó állatok farka, teste, ormánya tehát abban közösek, hogy a támaszul szolgáló hengeres tárgyra csavarvonalban tekerednek föl, minek hatására akkora súrlódási erő ébred köztük és a tárgy között, ami biztos megkapaszkodást és jó fogást tesz lehetővé. E súrlódási erő például még az oposszum és farksodró teljes súlyát is megtartja

(2.b–d ábra). Határozzuk meg e súrlódási erő nagyságát a kacs, fark, kígyótest, illetve ormány föltekerevése függvényében.

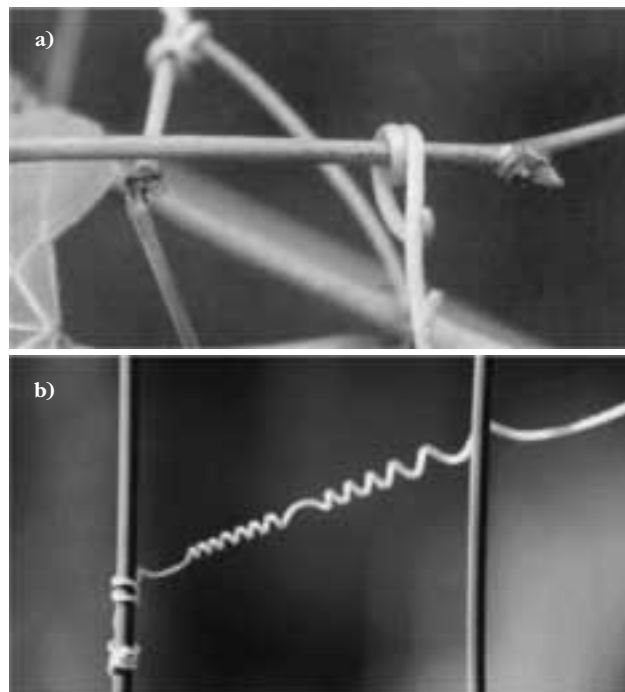
Modellezzük a kacsot, farkat, kígyótestet, illetve ormányt egy teljesen hajlékony (vagyis erőhatás nélkül hajlítható) kötéllel, amit egy  $R$  sugarú hengerre tekerünk föl, s aminek föl nem teker, szabad végét valamekkora erővel húzzuk. Határozzuk meg azt a  $K^*$  húzóerőt, aminek kifejtésekor a kötélt megcsúszik a hengeren. Tekintsük a kötélt 3. ábra szerinti  $2R \cdot d\varphi$  hosszúságú elemi darabját, ahol a kötélt föltekerevést jellemző  $\varphi$  szöget a kötélt föltekert végétől mérjük. Ezen elemi kötélrésznek a föltekert véghez közelebbi végét  $K(\varphi)$  erő feszíti, a másikat pedig  $K(\varphi) + dK$  erő a kötéllel mindig érintőlegesen, ahol  $dK \geq 0$ . E két erő  $F(\varphi)$  eredője merőleges a kötélre, és

$$F(\varphi) = 2K(\varphi) \cdot \sin(d\varphi) \approx 2K(\varphi) \cdot d\varphi \quad (1)$$

nagyságú (3. ábra), mert kis  $\alpha$  szögek esetén  $\sin \alpha \approx \alpha$ . Mivel ezen  $F(\varphi)$  erő nyomja a kötélrészre a henger felületének, ezért a kötélt megcsúszásakor a kettőjük között ébredő maximális elemi tapadási súrlódási erő

$$dS = \mu_0 F(\varphi) = 2K(\varphi) \mu_0 \cdot d\varphi \quad (2)$$

1. ábra. Ágra (a), illetve drótra (b) csavarvonalban föltekerevett növényi (a: *Rhoicissus*, b: szőlő) kacsok.

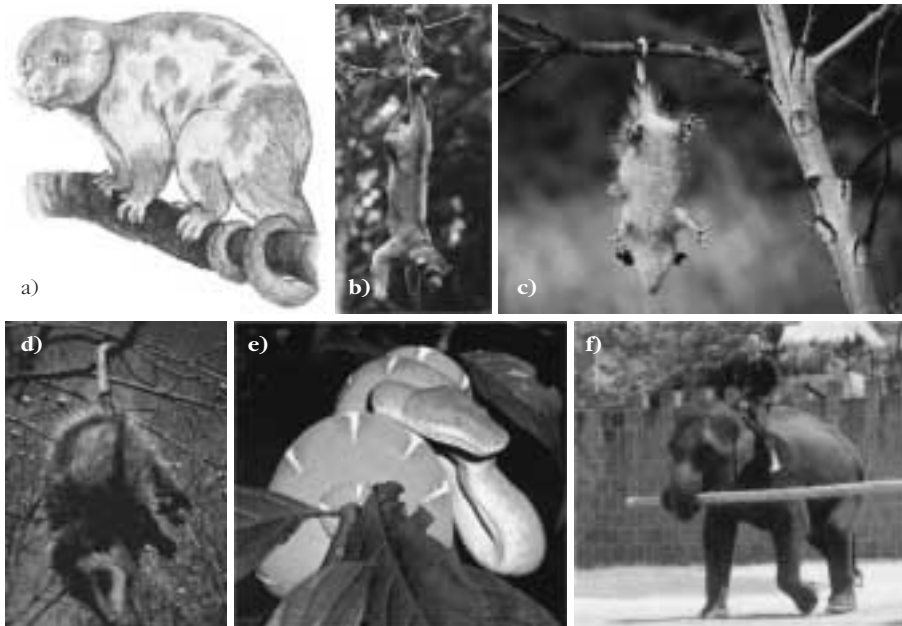


<sup>1</sup> thigma (görög): érintés; tropizmus (görög–latin): külső inger által vezérelt növényi mozgás

<sup>2</sup> Kuskusz: A kúszóerszényes-félék (*Phalangeridae*) családjába tartozó, macskanagyságú, nagyszemű, hosszú bajszú, többnyire fákon és magányosan élő, zömében növényevő, éjjel aktív erszényes állat, 30–40 cm hosszú, hátsó kétharmadán csupasz, érdes felületű farkokkal, ami az ágakon való kapaszkodást szolgálja.

<sup>3</sup> Farksodró (*Potos flavus*): Éjszaka aktív mosómedvefélé, hívják *kinkajunak* is. Élőhelye Közép- és Dél-Amerika, Dél-Mexikótól Dél-Amerikáig a trópusi erdők lombkoronája. Mozgékony és erős, végig szőrös fogófarkával és lábfejjével könnyedén kapaszkodik a faágakon. Magányos állat. Tápláléka főleg növényekből (friss hajtásokból, levelekből, gyümölcsökből, mézből és virágokból), kisebb mértékben pedig gerinctelen állatokból áll.

<sup>4</sup> Oposszum: Az erszényespatkány-félék (*Didelphidae*) családjába tartozó, macskanagyságú, hosszú bajszú, alkonyatkor és éjjel aktív, mindenevő, többára magányosan élő, sokszor a fákon tartózkodó erszényes állat, csupasz és pikkelyes hosszú farkokkal, ami az ágakon való kapaszkodást szolgálja, s olyan hosszú, hogy a faágakra csavarva kényelmesen tud rajta függeszkedni az állat.



2. ábra. Hosszú farkával faágba kapaszkodó kuskusz (a), farksodró (b) és oposzum (c, d), egy faágra csavarszerűen föltekereedett kígyó (e), valamint az ormányával fatörzset csavarmenetben körülfogó és fölemelő indiai elefánt (f).

nagyságú, és az elemi  $dK$  erővel ellentétes irányú, ahol  $\mu_0$  a kötéll és a hengerfelület közti tapadási súrlódási együttható. Mivel az elemi kötélrész még az egyensúly határára van, amikor éppen megcsúszik, ezért az egyik végét húzó  $K(\varphi)$  erő és az azonos irányú  $dS$  súrlódási erő összege megegyezik a másik végén ható  $K(\varphi) + dK$  erővel:  $K(\varphi) + dS = K(\varphi) + dK$ . Innen adódik:

$$dK = dS. \quad (3)$$

(2) és (3) fölhasználásával kapjuk:

$$\begin{aligned} \frac{dK}{K} &= 2\mu_0 \cdot d\varphi, & \int \frac{dK}{K} &= 2\mu_0 \int d\varphi \\ \ln K &= 2\mu_0 \varphi + c, & e^{\ln K} &= e^{2\mu_0 \varphi} \cdot e^c, \\ K(\varphi) &= K_0 e^{2\mu_0 \varphi}, & K_0 &= K(\varphi = 0), \end{aligned} \quad (4)$$

ahol  $K_0$  a föltekert kötélvégénél kifejtett kötéllirányú húzóerő (3. ábra). A hengerre  $\varphi^*$  szögben föltekert kötéll megcsúszásának föltétele, hogy  $K^* \geq K(\varphi^*)$ . Látható, hogy ha  $K_0 = 0$ , akkor  $K^* = 0$ , vagyis ha a kötéll föltekert végét nem rögzítjük valahogyan, akkor a föltekert kötelet erő nélkül is lehúzzhatjuk a hengerről, mert nem ébred súrlódás közte és a henger között.

Arra az eredményre jutottunk tehát, hogy a hengerre  $\varphi$  szögben föltekert és a végénél  $K_0$  erővel rögzített kötelet a súrlódás miatt annál nehezebb lehúzni a hengerről, minél nagyobb mérvű a föltekérés. Mivel a kötéll hengerről történő lehúzásához szükséges  $K(\varphi)$  erő exponenciálisan nő  $\varphi$ -vel, ezért akármilyen kicsi is a  $K_0$  erő, már nem túl nagy  $\varphi$  föltekereési szög mellett is olyan nagy súrlódási erő lép föl a kötéll és a henger között, hogy a kötelet annak elszakadása nélkül nem lehet lehúzni a hengerről.

A  $K(\varphi)$  erőfüggvény ezen exponenciális tulajdonsága azért fontos a növényi kacsok számára, mert mikor tigmotropizmussal egy ágra vagy drótra tekerednek föl, akkor az elegendően erős megkapaszkodáshoz nem kell túl sokszor körbetekeredniük (1. ábra). A kacs végén kifejtendő, s a biztos kapaszkodáshoz szükséges kezdeti kis  $K_0$  erőt biztosíthatja például a kacs apró, karomszerű visszagömbülése, ami beleakad az ágba/drótra.

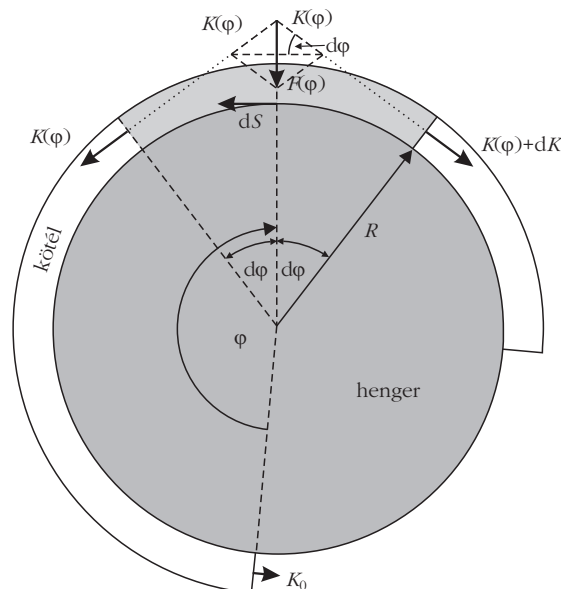
Hasonló a helyzet a farkával faágba kapaszkodó kuskusszal, farksodról vagy oposzsummal is. A farknak nem kell túl nagy mértékben föltekereednie a faágra ahhoz, hogy a biztonságos kapaszkodáshoz elegendően nagy súrlódási erő ébredjen közte és

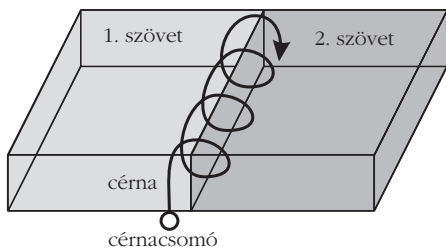
az ág között. E súrlódási erő még akkor is megtartja az állat teljes súlyát, ha a fark csak néhányszor öleli körbe az ágot a 2.b-d ábrán látható módon.

Minimum mekkora  $L^*$  hosszúságúnak kell lennie az oposzum vagy farksodró farkának ahhoz, hogy egy faágra csavarvonalban föltekereedve, a közte és az ág között ébredő súrlódási erő megtartsa az állat  $G$  súlyát (2.c, 2.d ábra)? Ha az állat homogén felületi érdességűnek föltételezett farka csavarszerűen tekeredik föl az  $R$  sugarú faágra, akkor a fark  $L$  hossza és  $\varphi$  föltekereedési szöge közti kapcsolat:

$$L = R \cdot \varphi. \quad (5)$$

3. ábra. Egy  $R$  sugarú hengerre csavarvonalban föltekert hajlékony kötéll és a henger között ébredő súrlódási erő számítása.





4. ábra. Két szövetdarabnak a cérna csavarszerű öltésével történő összevarrása. A cérna végének szövetből való kihúzódtását a cérnán végén lévő apró csomó akadályozza meg.

Az ágra tekeredett farkok akkor tudja megtartani az állat  $G$  súlyát, ha a fark és az ág közti, (4) szerinti  $K(\varphi)$  súrlódási erő nem kisebb  $G$ -nél:

$$G \leq K(\varphi) = K_0 e^{2\mu_0 \varphi}. \quad (6)$$

(5) és (6)-ból kapjuk a fark  $L$  hosszára:

$$L \geq L^* = \frac{R}{2\mu_0} \ln \left( \frac{G}{K_0} \right). \quad (7)$$

Ha a  $K(\varphi)$  súrlódási erő az exponenciálisnál lassabban nőne a  $\varphi$  föltekereedési szöggel, akkor a kuszkusznak, farksodróknak és oposszumnak hosszabb farkokra lenne szüksége a faágakon történő biztonságos megkapaszkodáshoz.

Mikor egy faágra csavarszerűen föltekereedett kígyó (2.e ábra) át akar mászni egy másik, közel párhuzamos ágra, akkor teste elülső részét úgy egyenesíti ki, hogy fejével elérje a szomszédos ágat, miközben farkával még a korábbi ágba kapaszkodik. A kígyó és az ág között ébredő  $K(\varphi)$  súrlódási erő exponenciális sajátsága miatt ehhez a farkával nem kell túl nagy mértékben az ág köré tekerednie, miáltal távolabbi ágakat is elérhet ilyen módon, ha azok nincsenek messzebb a kígyó hosszánál. A fark végén kifejtendő kis  $K_0$  erőt a farkpikkelyek biztosítják azáltal, hogy az ág kérégbe akadnak.

A munkára fogott elefántok pedig azért emelhetnek föl akár még egy fatörzset is pusztán az ormányukkal (2.f ábra), mert a jó fogáshoz elegendő az ormánynak csavarvonalban csak kissé föltekereednie a törzsre.

5. ábra. Dupla spilldob segíti egy hajó kikötését



Meg kell azonban jegyeznünk, hogy mikor egy kuszkus, farksodró vagy oposszum a farkával faágba kapaszkodik, vagy egy kígyó faágra tekeredik, vagy egy elefánt az ormányával fatörzset ragad meg, akkor a fönt meghatározott  $K(\varphi)$  erőnél nagyobb súrlódási erő lép föl, ha az állat a fark-, test- és ormányizmai összehúzásával az (1) szerinti  $F(\varphi)$  erőnél nagyobb nyomóerőt fejt ki az ág felületére.

A  $K(\varphi)$  súrlódási erő exponenciális jellege a varráskor is fontos, mivel ez biztosítja, hogy az összevarrt szövetrészekből ne húzódhasson ki a cérna. Varráskor még a legegyszerűbb, csavarvonalas öltési típusnál is igen sok menetben tekeredik a cérna a szövetben a 4. ábra szerinti módon. Ha  $N$  a cérnaöltések (cérnamenetek) száma, akkor a cérna tekeredési szöge:

$$\varphi = N \cdot 2\pi. \quad (8)$$

Ekkor a cérna és a szövet közti súrlódási erő maximuma (4) és (8) fölhasználásával:

$$K(N) = K_0 e^{4\pi \mu_0 N}. \quad (9)$$

Látható, hogy mivel varráskor az öltések  $N$  száma igen nagy, ezért a  $K(N)$  súrlódási erő olyan hatalmas, hogy nem lehet kihúzni a cérnát a szövetből valamelyikük elszakadása nélkül. Varráskor a cérna végén kialakított apró csomó (4. ábra) szövetbe akadása biztosítja a  $K_0$  erőt.

Végül érdekességként megjegyezzük, hogy az itt fölvetett mechanikai problémával *Leonhard Euler* (1707–1783) svájci matematikus és fizikus foglalkozott először [1]. Euler tudósi érdeklődését megannyi egyszerű fizikai jelenség és a mesteremberek kétkezi munkájában alkalmazott eszköz, eljárás is fölkellette és továbbgondolásra ösztönözte. A csigán átvett kötéllal végzett teheremelés módja már az ókorban ismeretes volt. A 18. század hatalmas hajóin igen bonyolult kötérendszerrel mozgatták a vitorlákat. A mai hajókon, kikötőkben, darukon is alkalmazott, úgynevezett „spilldob” (5. ábra) egy különleges csiga: Ha a dob homorú palástján több menetben körbevasart kötéll egyik végét kis  $F_1$  erővel meghúzzák, a megfeszülő kötéll másik ága a feszítőerő sokszorosának ( $F_2 \gg F_1$ ) kifejtését teszi lehetővé. A dob és a kötéll között fellépő megcsúszás határhelyzetét jellemző „áthúzási fokot” (a két kötéllvégen ható  $F_1$  és  $F_2$  húzóerők arányát) az Euler által levezetett

$$\frac{F_2}{F_1} = e^{2\mu_0 \varphi} \quad (10)$$

összefüggés jellemzi, ahol  $\mu_0$  a kötéll és a dob közti súrlódási együttható,  $\varphi$  pedig a kötéll „átfogási szöge”. Vegyük észre, hogy (10) egyenlet ugyanaz az összefüggés, mint (4).

#### Irodalom

1. Laczik Bálint: Euler örök érvényű munkálkodásai a mérnöki tudományokban. *Természet Világa* 138 (2007) CXXXVII–CXLI