

# fizikai szemle



2008/6

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat  
havonta megjelenő folyóirata.  
Támogatók: A Magyar Tudományos  
Akadémia Fizikai Tudományok Osztálya,  
az Oktatási és Kulturális Minisztérium,  
a Magyar Biofizikai Társaság,  
a Magyar Nukleáris Társaság  
és a Magyar Fizikushallgatók Egyesülete

Főszerkesztő:

Szatmáry Zoltán

Szerkesztőbizottság:

Bencze Gyula, Czitrovsky Aladár,  
Faigel Gyula, Gyulai József,  
Horváth Gábor, Horváth Dezső,  
Iglói Ferenc, Kiss Ádám, Lendvai János,  
Németh Judit, Ormos Pál, Papp Katalin,  
Simon Péter, Sükösd Csaba,  
Szabados László, Szabó Gábor,  
Trócsányi Zoltán, Turiné Frank Zsuzsa,  
Ujvári Sándor

Szerkesztő:

Füstöss László

Műszaki szerkesztő:

Kármán Tamás

A folyóirat e-mailcíme:

szerkesztok@fizikaiszemle.hu

A lapba szánt írásokat erre a címre kérjük.

A folyóirat honlapja:

<http://www.fizikaiszemle.hu>

A címlapon:

A Föld a népmesék perspektívájából –  
űrliftmodell  
(© NASA, grafika Pat Rawlings)

## TARTALOM

<i>Nagy Károly:</i> A kvantumelmélet kialakulása Plancktól Diracig	201
<i>Gesztai Tamás:</i> Kvantum és klasszikus határán	209
<i>Sütő András:</i> Bose–Einstein-kondenzáció és kristályosodás: a folytonos szimmetria sérülésének két esete	214
<i>Palla Gergely, Kertész János:</i> Szociofizika: humán kapcsolatok hálózata nagy skálán	217
<i>Kun Ferenc:</i> Fragmentációs folyamatok univerzalitási osztályai	221
<i>Nagy Imre:</i> Tarnóczy Tivadar, 1929–2007	225

### A FIZIKA TANÍTÁSA

Kugler Sándorné 100. születésnapjára ( <i>Szabados László</i> , szerk.)	226
<i>Horváth Gábor:</i> A mesebeli égig érő paszuly: az űrkábelen suhanó űrlift	229
<i>Simon Péter:</i> Most jön a tizedik	234

### KÖNYVESPOLC

	235
--	-----

### HÍREK – ESEMÉNYEK

	237
--	-----

<i>K. Nagy:</i> The early history of quantum theory from Planck to Dirac	
<i>T. Geszti:</i> Between classical and quantum	
<i>A. Sütő:</i> Bose–Einstein condensation and crystallization	
<i>G. Palla, J. Kertész:</i> Sociophysics: large scale human relations net	
<i>F. Kun:</i> The universality classes of fragmentation processes	
<i>I. Nagy:</i> Tivadar Tarnóczy, 1929–2007	

### TEACHING PHYSICS

G. Kovács-Kugler centenary ( <i>L. Szabados</i> , ed.)	
<i>G. Horváth:</i> The optimization of skyhook cables and tall plant stalks	
<i>P. Simon:</i> A little evening physics	

### BOOKS, EVENTS

<i>K. Nagy:</i> Die Entwicklung der Quantentheorie von Planck bis Dirac	
<i>T. Geszti:</i> Zwischen klassischer und Quantenphysik	
<i>A. Sütő:</i> Bose–Einstein-Kondensation und Kristallisation	
<i>G. Palla, J. Kertész:</i> Soziophysik: Große Netze menschlicher Beziehungen	
<i>F. Kun:</i> Die Universalitätsklassen von Fragmentationsprozessen	
<i>I. Nagy:</i> Tivadar Tarnóczy, 1929–2007	

### PHYSIKUNTERRICHT

G. Kovács-Kugler zum hundertsten Geburtstag ( <i>L. Szabados</i> )	
<i>G. Horváth:</i> Die Optimierung von Trossen im Kosmos und von Stämmen hochgewachsener Pflanzen	
<i>P. Simon:</i> Eine kleine Abendphysik	

### BÜCHER, EREIGNISSE

<i>K. Надъ:</i> Первые годы истории квантовой теории	
<i>T. Гести:</i> Между квантовой и классической областями	
<i>A. Шютт:</i> Конденсация Бозе–Эйнштейна и кристаллизация	
<i>G. Палла, Я. Кэртес:</i> Социофизика: Крупномасштабные сети человеческих соотношений	
<i>Ф. Кун:</i> Классы универсальностей фрагментационных процессов	
<i>И. Надъ:</i> Тивадар Тарноци, 1927–2007	

### ОБУЧЕНИЕ ФИЗИКЕ

Д. Ковач-Кутлер – столетие со дня рождения ( <i>Л. Сабадош</i> )	
<i>G. Хорват:</i> Оптимальные всерхдлинные вертикальные кабели и стволы растений	
<i>И. Шиллон:</i> Маленькая вечерняя физика	

### КНИГИ, ПРОИСХОДЯЩИЕ СОБЫТИЯ

Szerkesztőség: 1027 Budapest, II. Fő utca 68. Eötvös Loránd Fizikai Társulat. Telefon/fax: (1) 201-8682

A Társulat Internet honlapja <http://www.elft.hu>, e-postacíme: mail.elft@mtesz.hu

Kiadja az Eötvös Loránd Fizikai Társulat, felelős: Szatmáry Zoltán főszerkesztő.

Kéziratokat nem őrünk meg és nem küldünk vissza. A szerzőknek tiszteletpéldányt küldünk.

Nyomdai előkészítés: Kármán Tamás, nyomdai munkálatok: OOK-PRESS Kft., felelős vezető: Szathmáry Attila ügyvezető igazgató.

Terjeszti az Eötvös Loránd Fizikai Társulat, előfizethető a Társulatnál vagy postautalványon a 10200830-32310274-00000000 számú egyzámlán.

Megjelenik havonta, egyes szám ára: 750.- Ft + postaköltség.

HU ISSN 0015–3257 (nyomtatott) és HU ISSN 1588–0540 (online)

# A MESEBELI ÉGIG ÉRŐ PASZULY: AZ ŰRKÁBELEN SUHANÓ ŰRLIFT

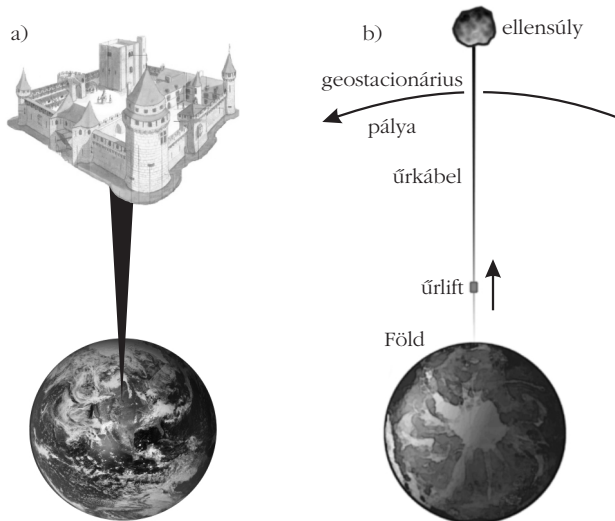
Horváth Gábor  
ELTE, Biológiai Fizika Tanszék

## Az űrlift futurista víziója

A csillagászokat és űrkutatókat állandóan foglalkoztató kérdés, hogy miként lehetne még könnyebben és olcsóbban eljutni a világűrbe. A rakéták űrkutatásbeli alkalmazását az elsők között *Konsztantyin Eduardovics Ciolkovszkij* (1857–1935) orosz fizikus szorgalmazta. Ő vetette föl 1895-ben először egy „égi kastély”, mai szóhasználatnál egy űrállomás megépítését, amit egy magas földi toronyhoz kapcsoltak volna egy erős kábellel (*1.a ábra*). Eme „űrkábeLEN” egy „űrlift” szállította volna az embereket, űreszközöket és alapanyagokat a Föld és a magasban lebegő űrállomás között (*1.b ábra*). Az űrlift első korszerű elképzelése 1960-ból *Jurij Arsutanov* leningrádi mérnöktől származik, amely ötlet azonban visszhang nélkül maradt. Az űrfölvonó ötlete a 20. századi tudományos-fantasztikus irodalomban is föl-fölbukkant, mint például *Arthur Charles Clarke* (1917–2008) angol író és mérnök *Az éden szökőkútjai*

(*The Fountains of Paradise*, 1979; magyarul, Budapest: 1993) és a *3001 – Végző űrodüsszea* (3001 – *The Final Odyssey*, 1997; magyarul, Budapest: 1999) című regényeiben. Az utóbbi könyv történetében az emberek jelentős része a Föld köré épült, összefüggő geostacionárius gyűrűben él, amit több ponton űrkábelek kötnek össze a Föld különböző pontjaival.

Az űrlift tervezésével régóta foglalkoznak már a csillagászok, űrkutatók és űrmérnökök [1–4], mivel egy ilyen űrfölvonó megépítése akár 10 000-ed részére is csökkenthetné a világűrbe jutás költségeit. A kábelt a Földön egy közel 50 km-es toronyhoz kötnék, valahol az Egyenlítő mentén. Így a kábel alsó része mindig éppen a geostacionárius pályán keringő tömegközéppont alatt maradna, másrészt pedig az egyenlítői elhelyezés azért is előnyös, mert a hurrikánok és erős szellőkések, amelyek egy ilyen magas torony alsóbb szintjeit veszélyeztethetnék, elkerülnek. Föül a kábel a geostacionárius pályán túl keringő, jókora ellensúlyhoz lenne rögzítve



1. ábra. Ciolkovszkij képzeletbeli égi kastélya (a) és az űrkábel-űrlift koncepciójának vázlatja (b).

(1.b ábra). Így a kábel megfeszülne a Föld forgása miatti centrifugális erő következtében. A kifeszülő űrkábel „vágányok” lennének, amelyeken járművek szállítanák az utasokat, a víz-, élelem-, illetve energiautánpótlást. A fölfelé vezető úton megállókat lehetne elhelyezni, ahonnan pályára állíthatók lennének a különböző űreszközök.

Az angolul *skybook*nak, azaz égi kampónak, horognak, kapocsnak is nevezett űrlift-űrkábel két alapvető részből áll: a fölvonófülkéből és a Föld Egyenlítője fölött közel 36 000 km magasságban húzódó geostacionárius körpályán túlnyúló kábelből. Az űrlift megvalósításával elkezdődhetne az ég kolonizációja, gyárak és telepek létesülhetnének a fejünk fölött, több tízezer kilométer magasban.

Míndez elsőre komolytalanul hangzik, hiszen egy több mint 36 000 km hosszú kábel előállításához még akkor is rengeteg anyag kell, ha az csak néhány cm vastagságú, és nem is készülhet akármiből. A kábelnek mindenekelőtt el kell bírnia a saját súlyát. Például egy állandó keresztmetszetű acélkötelet csak akkor lógathatnánk le a magasból anélkül, hogy saját súlya elszakítaná, ha a hosszúsága nem lenne nagyobb, mint  $h = 20$  km [4]. Ahhoz, hogy egy  $1 \text{ g/cm}^3$  sűrűségű kötelet lelógathassunk 36 000 km magasból, az anyag  $T^*$  szakítószilárdságának  $6,25 \cdot 10^{10}$  Pa nagyságúnak kellene lennie, ami közel százszorosa az acélénak [4]. Az űrkábel tömegét csökkenthetjük, ha a vastagságát a magasság függvényében optimalizáljuk. A Földtől fölfelé ugyanis egyre nőnek az anyagban föllépő húzófeszültségek, egészen a geostacionárius pályáig, ahol az űrkábel vastagságának maximálisnak kell lennie. Az űrlift optimalizált alakú kábele tehát a geostacionárius pályán „kihasasodó” (maximális), a Földhöz rögzített végén pedig minimális átmérőjű. Ha acélból építkeznénk, akkor a kábel maximális átmérőjének több milliószor nagyobbak kellene lennie, mint a Föld felszínén. Az ilyen kábel méretei már összemérhetőek lennének a Föld nagyobb hegyláncaival. Gyémánt alkalmazásával a kábel maximális és minimális

vastagságának  $Q$  aránya csak 21,9 lenne, viszont a gyémánt nagyon törekeny és drága. A zylon nevű polimerszál esetében  $Q = 710$ , a szén nanocsőből készült kábel viszont alig hasasodna ki, mert  $Q = 1,7$  [4].

Az űrlift-űrkábel megtervezéséhez a nanotechnológia vihet közelebb [4]. 1991-ben fedezték föl a fullerén molekula előállításakor keletkező mellékterméket, a szén nanocsöveket. E nanoméretű, lyukas hengerek tulajdonképpen föltekeredett szénatomhálóból állnak. A szénnek ez a módosulata rendkívüli elektromos és mechanikai tulajdonságokkal bír. Az űrlift szempontjából az a leglényegesebb, hogy a szén nanocsövek szakítószilárdsága meghaladja a gyémántét is, nagyságát  $T^* = 1,3 \cdot 10^{11}$  Pa-ra becsülik. Ahhoz azonban, hogy a nanocsöveket az űrkábel létrehozásához szükséges nagyon erős kompozitanyag előállításához lehessen fölhasználni, legalább néhány mm-re kellene növeszteni a hosszukat. Nagy erőfeszítéseket tesznek a hosszabb szén nanocsövek előállítása érdekében. A szén nanocsövekből előállítandó, 36 000 km-nél hosszabb űrkábel nagy kihívás a tudomány számára.

## A mesebeli égig érő paszuly

Szinte minden nemzet mese- és mondavilágában előfordulnak égig érő növények, amelyeken fölmászva a mese/mondahősök különféle csodákkal teli égi világba juthatnak. A magyar kultúrkörben e témában megemlíthető például *Benedek Elek* (1859–1929) *Az égig érő fa* című meséje, *Jankovics Marcell* (1941–) rajzfilmrendező *Az égig érő paszuly* című mesefilmje, vagy *Janikovszky Éva* (1926–2003) *Az égig érő fű* című, 1979-ben forgatott ifjúsági filmje. Az égig érő növény egy olyan meselem, amely többnyire kezdő motívum, ritkábban keretmese [5, 6]. Habár ilyen égig érő növények a valóságban nincsenek, ha léteznének, akkor a biomechanikájuk nagyon hasonló lenne az űrkábel mechanikájához.

## A geostacionárius keringési pálya

Amikor a Föld egyenlítőjének síkjában a gravitációs és a centrifugális gyorsulás egyenlő, akkor egy oda helyezett tömeg egyensúlyban van. Ez a Föld középpontjától mért

$$r_{GS} = \sqrt[3]{\frac{\gamma M_F}{\omega^2}} \quad (1)$$

sugarú körpálya esetén teljesül, ahol  $\gamma = 6,673 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2} \text{ kg}^{-1}$  a gravitációs állandó,  $\omega = 7,2722 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$  a Föld forgásának szögsebessége és  $M_F = 5,974 \cdot 10^{24} \text{ kg}$  a Föld tömege. Az Egyenlítő fölötti,  $r_{GS}$  sugarú kör neve geostacionárius pálya. Az e körpályán mozgó műhold Föld körüli keringési ideje megegyezik a Föld tengely körüli forgásának periódusával, azaz pontosan 1 nappal. Emiatt a műhold a Földről távcsövel

nézve az Egyenlítő egy adott pontja fölött állni látszik. Mivel a Föld átlagos sugara  $R_F = 6,371 \cdot 10^6$  m, ezért a geostacionárius pálya az Egyenlítő fölött  $H = r_{GS} - R_F = 35\,872$  km  $\approx 36\,000$  km magasságban húzódik.

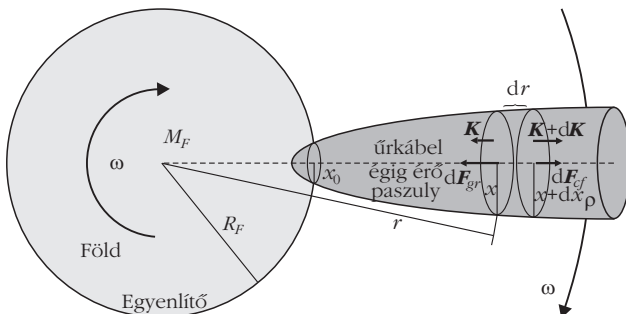
## A minimális tömegű terheletlen űrkábel és az égis erő paszuly alakja

Milyen alakúnak kell lennie a földi Egyenlítőhöz rögzített, azzal együtt forgó terheletlen űrkábelnek, amely ellensúly nélkül, csak a centrifugális erőnek köszönhetően feszül ki? Ez nyilván csak akkor valósulhat meg, ha a függőlegesen, azaz a Föld felületére merőlegesen álló, alsó, földhöz rögzített végénél  $A$  keresztmetszetű és  $T^*$  szakítószilárdságú kábelre ható, a Föld középpontjába mutató  $F_{gr}$  gravitációs erő és a kábel alsó végénél ébredő, lefelé irányuló húzóerő maximumának  $F_{max} = AT^*$  összege megegyezik a Föld tengely körüli forgásából származó, sugár irányban kifelé mutató  $F_{cf}$  centrifugális erővel:  $F_{gr} + F_{max} = F_{cf}$ . Ha  $F_{gr} > F_{cf}$  akkor a kábel a Föld vonzása miatt lehullik, ha viszont  $F_{gr} + F_{max} < F_{cf}$  akkor a kábel az alsó, rögzített végénél elszakadva a centrifugális erő miatt kirepül az űrbe.

Hasonló probléma merül föl egy mesebeli égis erő növénynél is: a növény csak akkor létezhetne, ha olyan lenne a szárának alakja, hogy a Föld rá ható gravitációs erejének és a gyökere által kifejtett, lefelé irányuló maximális húzóerőnek az összegét kiegyensúlyozná a növényen ébredő, fölfelé mutató centrifugális erő. Ekkor a növény szára nem roskadna össze a saját súlya alatt, de a centrifugális erő sem tépné ki a földből gyökerestül.

Tekintsük a Földhöz rögzített terheletlen űrkábel (vagy égis erő paszuly) 2. ábra szerinti mechanikai modelljét. Vegyük a homogén  $\rho$  sűrűségű, forgásszimmetrikus kábelnek az  $R_F$  sugarú és  $M_F$  tömegű Föld középpontjától  $r$  távolságra lévő elemi  $dr$  vastagságú rétegét. E réteg  $r$  távolságra lévő alsó körlapjának sugara legyen  $x(r)$ , míg a felső körlapjéé  $x+dx$ . A rétegre hat a Föld középpontjába, lefelé mutató elemi  $dF_{gr}$  gravitációs erő, a Föld középpontjától sugárirányban kifelé, fölfelé irányuló elemi  $dF_{cf}$  centrifugális erő, valamint az alsó, illetve felső körlapján ébredő lefelé, illetve fölfelé mutató  $K$ , illetve  $K+dK$  fel-

2. ábra. A Földhöz rögzített terheletlen űrkábel, illetve égis erő paszuly magasságfüggő minimális  $x(r)$  sugarának meghatározásához.



leti húzóerő, amit a kábel réteg alatti, illetve fölötti része fejt ki. A kábel vizsgált elemi rétege akkor van egyensúlyban, ha e négy erő eredője nulla:

$$\begin{aligned} K + dK + dF_{cf} - K - dF_{gr} &= 0 \\ \downarrow & \\ dK + dF_{cf} &= dF_{gr}. \end{aligned} \quad (2)$$

Ha a kábel  $2x(r)$  vastagságát a tömege minimalizálása céljából az elszakadás határáig csökkentjük, akkor a bármely keresztmetszetén ébredő mechanikai feszültség megegyezik a  $T^*$  szakítószilárdsággal. Foglalkozunk azzal a speciális, matematikailag könnyebben kezelhető esettel, amikor az űrkábel mentén végig azonos  $T$  mechanikai feszültség ébred, vagyis amikor  $T$  független a Föld középpontjától mért  $r$  sugártól. Ekkor a kábel elemi  $dr$  vastagságú rétegének alsó körlapján

$$K = T x^2 \pi \quad (3)$$

húzóerő ébred. (3)-at  $x$  szerint deriválva megkapjuk  $K$  elemi  $dK$  megváltozását a kábel  $x$  sugarának elemi  $dx$  megváltozásakor:

$$dK = 2 T \pi x dx. \quad (4)$$

Az elemi kábelre ható centrifugális és gravitációs erők:

$$dF_{cf} = x^2 \pi dr \rho r \omega^2, \quad (5)$$

$$dF_{gr} = \frac{\gamma M_F x^2 \pi dr \rho}{r^2}. \quad (6)$$

(2–6) fölhasználásával, rendezés után kapjuk a

$$\frac{dx}{x} = \frac{\rho}{2T} \left( \frac{\gamma M_F}{r^2} - \omega^2 r \right) dr \quad (7)$$

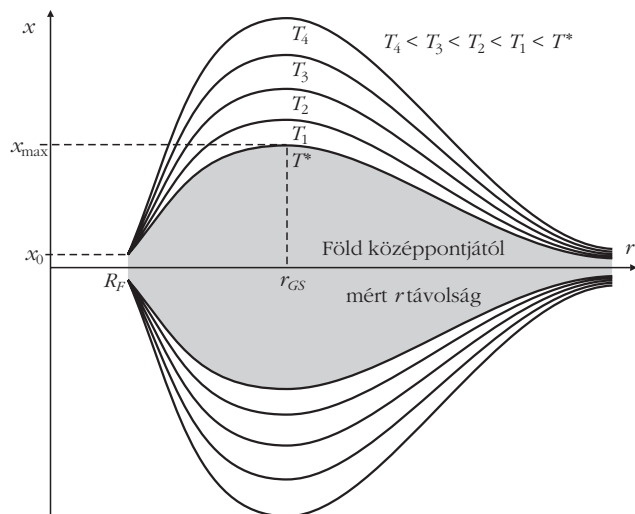
elsőrendű, szeparábilis differenciálegyenletet. Ezt integrálva, az  $x(r=R_F) = x_0$  peremfeltétel alkalmazásával megkapjuk a bármely keresztmetszetén  $T < T^*$  mechanikai feszültségű terheletlen űrkábel  $x(r)$  sugarát a Föld közepétől számított  $r$  távolság függvényében:

$$x(r) = x_0 \exp \left\{ \frac{\rho}{2T} \left[ \gamma M_F \left( \frac{1}{R_F} - \frac{1}{r} \right) + \frac{\omega^2}{2} (R_F^2 - r^2) \right] \right\}. \quad (8)$$

(8)-ből látható, hogy  $x(r=\infty) = 0$ . Az űrkábel  $x(r)$  sugarának azon  $r^*$  távolságban van maximuma, ahol az  $r$  szerinti első deriváltja zérus. Innen azt kapjuk, hogy

$$r^* = r_{GS}. \quad (9)$$

Arra az eredményre jutottunk tehát, hogy a homogénn feszített ( $T = \text{állandó}$ ) terheletlen űrkábel (égis



3. ábra. A Földhöz rögzített terheletlen űrkábel (illetve édig érő paszuly szárának)  $x(r; T)$  alakja a hossz mentén állandónak feltételezett  $T$  mechanikai feszültség függvényében, ahol  $r$  a Föld középpontjától mért távolság,  $R_F$  a Föld sugara,  $r_{GS}$  a geostacionárius pálya távolsága a Föld középpontjától,  $x_0$  a kábel sugara a Föld felszínén,  $x_{\max}(T = T^*)$  pedig a kábel maximális sugara  $r_{GS}$ -nél. Szürke árnyalat jelzi a  $T = T^*$  szakítószilárdsághoz tartozó legvékonyabb, azaz leginkább anyagtakarékos alakot. Az ábrázolás nem méretarányos.

érő paszuly) átmérője a Föld felszínétől fölfelé haladva a geostacionárius pályáig ( $r < r_{GS}$ ) egyre nő, onnantól ( $r > r_{GS}$ ) pedig fokozatosan csökken, tehát a kábel a geostacionárius pályán a legvastagabb. (8) és (9) alapján megkapjuk a kábel „kihasodásának” mértékét, vagyis a geostacionárius távolságbeli  $x_{\max}$  legnagyobb sugarának és a földfelszíni  $x_0$  sugarának  $Q = x_{\max}/x_0 = x(r_{GS})/x_0$  arányát:

$$Q = \frac{x_{\max}}{x_0} = \exp \left\{ \frac{\rho}{2T} \left[ \gamma M_F \left( \frac{1}{R_F} - \frac{1}{r_{GS}} \right) + \frac{\omega^2}{2} (R_F^2 - r_{GS}^2) \right] \right\} = \exp \left( \frac{\rho}{T} B \right), \quad (10)$$

ahol  $B = 2,6337 \cdot 10^8 \text{ m}^2/\text{s}^2$ . (10)-ből kifejezhetjük azt a  $T(Q, \rho)$  állandó mechanikai feszültséget, ami az űrkábel mentén ébred adott  $Q$  kihasodás és  $\rho$  sűrűség mellett:

$$T(Q, \rho) = \frac{\rho}{2 \ln Q} \left[ \gamma M_F \left( \frac{1}{R_F} - \frac{1}{r_{GS}} \right) + \frac{\omega^2}{2} (R_F^2 - r_{GS}^2) \right] = \frac{\rho B}{\ln Q}. \quad (11)$$

Látható (11)-ből, hogy  $T(Q, \rho)$  egyenesen arányos a  $\rho$  sűrűséggel, és fordítva arányos a  $Q$  kihasodás természetes alapú logaritmusával, az arányossági tényező pedig a Föld  $R_F$  sugarától,  $M_F$  tömegétől és  $\omega$  forgási szögsebességétől függ. Vizsgáljuk meg ezek után, hogy miként viselkedik a homogén  $T$  mechanikai

feszültségű terheletlen űrkábel (8) szerinti alakja  $T$  változásakor. Mivel  $dr > 0$ , ezért (7) alapján a kábel  $x(r)$  sugara elemi  $dx$  megváltozásának előjelére a következő igaz: ha  $r < r_{GS}$ , akkor  $dx > 0$ ; ha pedig  $r > r_{GS}$ , akkor  $dx < 0$ . Innen pedig az következik, hogy ha  $T$  csökken, akkor  $|dx|$  nő. Mindennek az a végkövetkezménye, hogy  $T$  csökkenésével  $Q$  és  $x(r)$  nő. A 3. ábra vázlatosan szemlélteti a terheletlen űrkábel (illetve a mesebeli édig érő paszuly szárának) alakját  $T$  függvényében. Ha az állandónak feltételezett  $T$  feszültséget növeljük, akkor az űrkábel egyre karcsúbb, azaz egyre anyagtakarékosabb lesz.  $T$  nem haladhatja meg a  $T^*$  szakítószilárdságot, különben elszakadna a kábel. A 3. ábrán szürkével jelölt alak a kábel alakjának szélsőértéke, mikor  $T = T^*$ : ennél vékonyabb, anyagtakarékosabb, kisebb tömegű kábel elszakadás nélkül nem képzelhető el.

### Az ellensúllyal kifeszített terheletlen űrkábel

Az űrkábel végtelen hosszát úgy rövidíthetjük, hogy a geostacionárius pályán túl, attól  $L$  távolságban elvágjuk és például egy gömb alakú,  $R$  sugarú,  $m$  tömegű homogén ellensúlyhoz rögzítjük az  $x(r_{GS}+L)$  sugarú felső végét (4. ábra). Az ellensúly kábelre kifejtett gravitációs vonzóerejét elhanyagoljuk. A terheletlen űrkábel egyensúlyban tartásához ezen felső végénél  $x(r_{GS}+L)^2 \pi T$  nagyságú, sugár irányban kifelé mutató húzóerő szükséges, amit az ellensúlyra ható centrifugális és gravitációs erők különbsége biztosít:

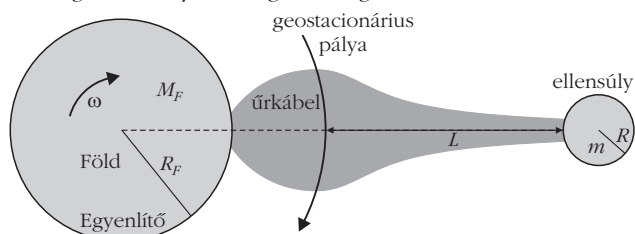
$$x(r_{GS}+L)^2 \pi T = m(r_{GS}+L+R) \omega^2 - \frac{\gamma m M_F}{(r_{GS}+L+R)^2}. \quad (12)$$

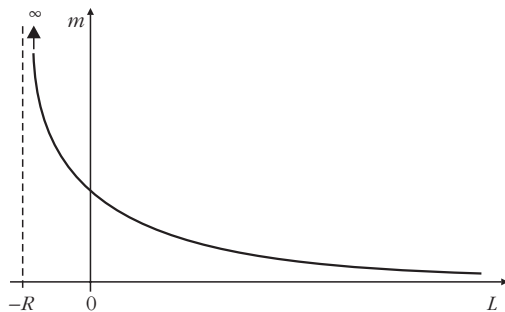
Innen az  $r_{GS}+L$  hosszúságú terheletlen űrkábel kifeszítéséhez szükséges ellensúly tömege:

$$m(L) = \frac{\pi T x(r_{GS}+L)^2}{(r_{GS}+L+R) \omega^2 - \frac{\gamma M_F}{(r_{GS}+L+R)^2}}. \quad (13)$$

Mivel  $\lim_{L \rightarrow \infty} x(r_{GS}+L) = 0$ , ezért (13)-ból adódik:  $\lim_{L \rightarrow R} m(L) = \infty$ , és  $\lim_{L \rightarrow \infty} m(L) = 0$ . Az 5. ábra a (13) szerinti  $m(L)$  függvényt szemlélteti vázlatosan. A terheletlen űrkábel kifeszítéséhez szükséges  $m$  tömeg nullához tart, amint a kábel geostacionárius pályán túlnyúló  $L$  hossza a végtelenhez közelít, továbbá  $m$  végtelenhez tart, amint  $L$  megközelíti  $-R$ -et.

4. ábra. A véges hosszúságú terheletlen űrkábel kifeszítéséhez szükséges ellensúly  $m$  tömegének meghatározásához.





5. ábra. A Földhöz rögzített terheletlen űrkábel kifeszítéséhez szükséges  $m$  tömeg a kábel geostacionárius pályán túlnyúló  $L$  hossza függvényében, ahol  $R$  a gömb alakú ellensúly sugara.

## Az űrkábel és az égig érő paszuly terhelhetősége

Az űrkábel fő rendeltetése a magasba történő teher szállítás, mint ahogy a mesebeli égig érő paszulyra is fölmászik a meshős. Határozzuk meg ezért, hogy adott  $x(r, T < T^*)$  alakú, terheletlenül homogéнен feszülő űrkábel a Föld közepétől  $r$  távolságban mekkora  $m$  tömeggel terhelhető, ha e tömeg  $a$  gyorsulással mozog a 6. ábra szerinti módon. Mivel a kábel addig terhelhető, amíg az  $x(r, T)^2 \pi$  nagyságú keresztmetszetén ébredő  $T$  mechanikai feszültség nem haladja meg a  $T^*$  szakítószilárdságot, ezért az  $r$  helyen a kábelre maximum  $F_{\max} = (T^* - T) \pi x(r, T)^2$  többleterő hathat. A kábel addig nem szakad el, amíg az  $a$  gyorsulással mozgó  $m$  tömegre ható  $F_{gr} = \gamma m M_F / r^2$  gravitációs erő, az  $ma$  tehetetlenségi erő és az  $F_{cf} = m r \omega^2$  centrifugális erők (6. ábra) különbségének abszolút értéke kisebb, mint  $F_{\max}$ :

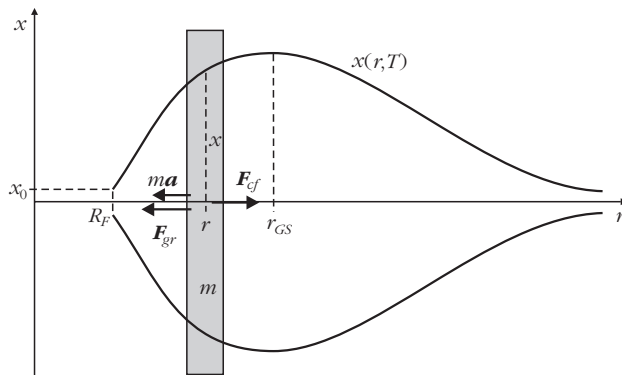
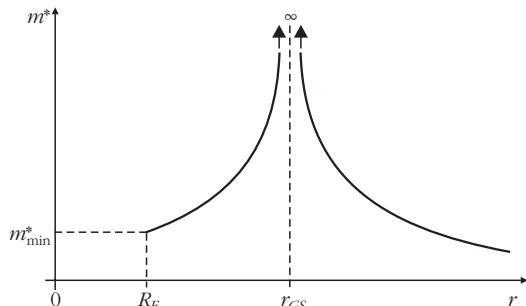
$$m \left| \frac{\gamma M_F}{r^2} + a - r \omega^2 \right| < (T^* - T) \pi x(r, T)^2. \quad (14)$$

Innen kapjuk:

$$m < m^*(r) = \frac{(T^* - T) \pi x(r, T)^2}{\left| \frac{\gamma M_F}{r^2} + a - r \omega^2 \right|}, \quad (15)$$

ahol  $x(r, T)$  kifejezését (8) adja. A (15) szerinti  $m^*(r)$  tömeg változását  $r$  függvényében a 7. ábra mutatja. Látható, hogy  $\lim_{r \rightarrow r_{GS}} m^*(r) = +\infty$ , és mivel  $m^*(r)$  az

7. ábra. Adott  $x(r, T < T^*)$  alakú űrkábel a Föld középpontjától  $r$  távolságban terhelő,  $a$  gyorsulással  $m$  tömeg  $m^*(r) > m$  felső határának függése  $r$ -től. A vízszintes tengely skálája nem méretarányos.



6. ábra. Az adott  $x(r, T < T^*)$  alakú űrkábel terhelő,  $a$  gyorsulással  $m$  tömeg nagyságának meghatározásához. Az ábrázolás nem méretarányos.

$R_F \leq r \leq r_{GS}$  tartományban monoton nő, ezért ott  $m^*$  minimuma:

$$m_{\min}^* = m^*(r = R_F) = \frac{\pi (T^* - T) x_0^2}{\left| \frac{\gamma M_F}{R_F^2} + a - R_F \omega^2 \right|}, \quad (16)$$

mert  $x(r = R_F) = x_0$ . Az űrkábel tehát a Föld felszínén terhelhető a legkisebb  $m_{\min}^*$  tömeggel, és mivel a centrifugális erő fölfelé nő, míg a gravitációs erő csökken, ezért egyre följebb fokozatosan nagyobb tömeggel lehet terhelni a 7. ábra szerinti módon. A geostacionárius pályán a teher akármekkora lehetne, hiszen ott súlytalansági állapot uralkodik a Földdel együtt forgó koordináta-rendszerben. Ha tehát a Földről akarunk egy terhet az űrkábelre szállítani a geostacionárius pályán keringő űrállomásra, s a teher a kábelre való közlekedése során legföljebb  $a$  gyorsulással mozoghat (gyorsulhat:  $a > 0$  vagy fékeződhet:  $a < 0$ ), akkor a teher tömege nem lehet nagyobb, mint a (16) szerinti  $m_{\min}^*$ . Innen adódik:

$$(T^* - T) x_0^2 > \frac{m}{\pi} \left( \frac{\gamma M_F}{R_F^2} + a - R_F \omega^2 \right). \quad (17)$$

(17) ad lehetőséget a terhelhető űrkábel tervezésére: ha ismerjük, hogy mekkora  $m$  tömegű terhet szeretnénk az űrkábelre a geostacionárius pályára fölvennünk, s tudjuk, hogy közben a teher legföljebb mekkora  $a$  gyorsulással mozoghat, akkor (17)-ből  $T$ , illetve  $x_0$  ismeretében  $x_0$ , illetve  $T$  értéke kiszámítható, aminek fölhasználásával megkapható az  $m$  tömeggel terhelhető űrkábel (8) szerinti  $x(r)$  alakja.

## Irodalom

1. J. D. Isaacs, A. C. Vine, H. Bradner, G. E. Bachus: Satellite elongation into a true „sky-hook”. *Science* 151 (1966) 682–683.
2. V. Lvov: Sky-hook: old idea. *Science* 158 (1967) 946–947.
3. K. E. Ebisch: Skyhook: another space construction project. *American Journal of Physics* 50 (1982) 467–469.
4. Babcsán N., Somogyvári B.: Anyagtudománnyal átvált távolságok. *Természet Világa* 136 (2006) 348–350.
5. Berze-Nagy J.: Égigérő fa. in *Magyar mitológiai tanulmányok*. Pécs, 1958.
6. Diószegi V.: A honfoglaló magyarság hitvilágának történeti rétegei – A világfa. in *Népi Kultúra – Népi Társadalom*. Budapest, 1969.