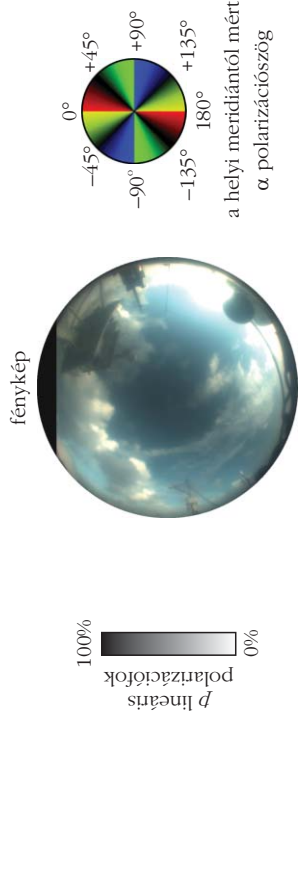


fizikai szemle

2015/9



3. *ábra.* Az 50 égbolypolarimetriás mérés egyike, amelyeket a felhődetekciós algoritmusok optimalizációjára, tanítására és tesztelésére használtunk. E mérés 10° napeleváció mellett és a konszenzusos felhőmaszk szerint 61%-os felhőzöttségnél készült. A Polarstern kutatóhajó megfigyelőornya, kéménye és egyéb felépítményei kitakarták az égbolt egy részét a horizont közelében.



5. *ábra.* Ugyanaz, mint a 3. *ábra*, de itt egy majdnem teljesen borult égboltra. A napeleváció 16° volt, a felhőzöttség pedig (a konszenzusos felhőmaszk szerint) 90%.

Fizikai Szemle

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A Matematikai és Természettudományi Értesítőt az Akadémia 1882-ben indította
A Matematikai és Fizikai Lapokat Eötvös Loránd 1891-ben alapította

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat havonta megjelenő folyóirata.

Támogatók: a Magyar Tudományos Akadémia Fizikai Tudományok Osztálya, az Emberi Erőforrások Minisztériuma, a Magyar Biofizikai Társaság, a Magyar Nukleáris Társaság és a Magyar Fizikushallgatók Egyesülete

Főszerkesztő:

Szatmáry Zoltán

Szerkesztőbizottság:

Bencze Gyula, Czitrovszky Aladár, Faigel Gyula, Gyulai József, Horváth Gábor, Horváth Dezső, Iglói Ferenc, Kiss Ádám, Lendvai János, Németh Judit, Ormos Pál, Papp Katalin, Simon Péter, Sükösd Csaba, Szabados László, Szabó Gábor, Trócsányi Zoltán, Ujvári Sándor

Szerkesztő:

Füstöss László

Műszaki szerkesztő:

Kármán Tamás

A folyóirat e-mail címe:

szerkesztok@fizikaiszemle.hu

A lapba szánt írásokat erre a címre kérjük.

A beküldött tudományos, ismeretterjesztő és fizikatanítási cikkek a Szerkesztőbizottság, illetve az általa felkért, a témában elismert szakértő jóváhagyó véleménye után jelenhetnek meg.

A folyóirat honlapja:

<http://www.fizikaiszemle.hu>



A címlapon:

Egy jellemző felhős égbolt az Atlanti-óceán fölött 2010 októberében a német Polarstern expedíció során, amikor egy polarizációs felhődetektort tesztelt egy háromtagú magyar kutatócsoport (az erről szóló cikket lásd e számban).

TARTALOM

<i>Horváth Gábor, Egri Ádám, Blabó Miklós, Barta András, Barta Pál, Horváth Ákos, Karl Bumke, Andreas Macke:</i> Felhőzöttségmérés, optikai felhőfelismerő algoritmusok összehasonlítása – 2. rész	294
<i>Gyürky György, Farkas János:</i> Az első számjegyek Benford-törvénye és a radioaktív izotópok felezési ideje	297
<i>Buzády Andrea, Szegő Dóra:</i> Millikan és az elemi töltés meghatározásának története – 2. rész	301
<i>Regály Zsolt:</i> Több, mint égen a csillag – 2. rész	306
<i>Fábián Margit:</i> Atomerőművi hulladékok kezelése – 2. rész	311

A FIZIKA TANÍTÁSA

<i>Fraller Csaba:</i> Mérésekkel a <i>Kozmosz</i> nyomában	314
<i>Hegedüs Tibor, Horváth Zsuzsa, Udvardi Imre:</i> Csillagászati diákolimpia Magyarországon	319

HÍREK – ESEMÉNYEK

<i>G. Horváth, Á. Egri, M. Blabó, A. Barta, P. Barta, Á. Horváth, K. Bumke, A. Macke:</i> The comparison of optical algorithms for measuring cloudiness – Part 2	
<i>G. Gyürky, J. Farkas:</i> Benford's law of the first numbers and the decay times of radioactive isotopes	
<i>A. Buzády, D. Szegő:</i> Millikan and how he determined the elementary charge – Part 2	
<i>Zs. Regály:</i> More than the stars on the sky – Part 2	
<i>M. Fábián:</i> How nuclear power plant waste is processed – Part 2	

TEACHING PHYSICS

<i>C. Fraller:</i> Measurements inspired by <i>Cosmos</i> Film Series	
<i>T. Hegedüs, Zs. Horváth, I. Udvardi:</i> International Olympiad on Astronomy and Astrophysics in Hungary	

EVENTS

<i>G. Horváth, Á. Egri, M. Blabó, A. Barta, P. Barta, Á. Horváth, K. Bumke, A. Macke:</i> Der Vergleich von optischen Algorithmen zur Messung der Bewölkungsgrades – Teil 2.	
<i>G. Gyürky, J. Farkas:</i> Das Benfordsche Gesetz der ersten Zahlen und die Halbzzeiten der radioaktiven Isotope	
<i>A. Buzády, D. Szegő:</i> Millikan und wie er die elementare Ladung bestimmte – Teil 2.	
<i>Zs. Regály:</i> Zahlreicher als die Sterne am Himmel – Teil 2.	
<i>M. Fábián:</i> Wie werden die Abfälle der Kernkraftwerke behandelt – Teil 2.	

PHYSIKUNTERRICHT

<i>C. Fraller:</i> Messungen im Anschluss an die Filmserie <i>Cosmos</i>	
<i>T. Hegedüs, Zs. Horváth, I. Udvardi:</i> Schul-Olympiaden „Astronomie“ in Ungarn	

EREIGNISSE

<i>Г. Хорват, А. Эгри и др.:</i> Сравнение оптических методов измерения степени облачности – часть вторая	
<i>Дь. Дюрки, Й. Фаркас:</i> Закон Бенфорда о первых номерах и времени распада радиоактивных изотопов	
<i>А. Бузади, Д. Сэго:</i> Милликен и его определение элементарного заряда – часть вторая	
<i>Ж. Регал:</i> Больше, чем число звезд на небе – часть вторая	
<i>М. Фабиан:</i> Отработка отходов ядерных электростанций – часть вторая	

ОБУЧЕНИЕ ФИЗИКЕ

<i>Ц. Фраллер:</i> Измерения в связи с рядом фильмов <i>Космос</i>	
<i>Т. Хэджелюс, К. Хорват, И. Удварди:</i> Школьные олимпиады «Астрономия» в Венгрии	

ПРОИСХОДЯЩИЕ СОБЫТИЯ

Fizikai Szemle

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

megjelenését támogatják:



FELHŐZÖTTSEGMÉRÉS, OPTIKAI FELHŐFELISMERŐ ALGORITMUSOK ÖSSZEHASONLÍTÁSA – 2. RÉSZ

Horváth Gábor, Egri Ádám, Blahó Miklós

Környezetoptika Laboratórium, Biológiai Fizika Tanszék, Eötvös Loránd Tudományegyetem

Barta András, Barta Pál

Estrato Kutató és Fejlesztő Kft., Budapest

Horváth Ákos

Rutherford Appleton Laboratory, Remote Sensing Group, Oxford

Karl Bumke

GEOMAR – Helmholtz-Zentrum für Ozeanforschung, Kiel

Andreas Macke

Leibniz-Institut für Troposphärenforschung, Leipzig

Eredmények

Az általunk vizsgált 50 Atlanti-óceáni égbolton a felhőborítottság 20–100% között változott. A 3. ábra az első belső borítón egy részben felhős ég I intenzitásának, p polarizációfokának és α polarizációs szögének mintázatait mutatja a spektrum vörös (650 nm), zöld (550 nm) és kék (450 nm) tartományában. Mint látható, 10° -nál alacsonyabb napállás mellett a polarizációfok a zeniten áthúzódó, a szoláris-antiszoláris meridiánra merőleges széles, felhőtlen sávban magas ($p > 50\%$), míg a felhőfény mindenütt csak gyengén poláros ($p < 10\%$). A polarizációs szög mintázata tükröszimmetrikus a szoláris-antiszoláris meridiánra a hullámhossztól függetlenül. Ezek a robusztus α -mintázatok a felhők miatt is csak kissé módosultak.

A 4. ábra a felhődetekció egy eredményét mutatja, amelynek alapjául a 3. ábra intenzitás- és polarizációs mintázatai szolgáltak. A 4.a ábrán az égbolt szín- és intenzitás mintázata (azonos a 3. ábráéival) látható, míg a 4.b ábrán a konszenzusos felhőmaszk, amit három emberi észlelő együttesen határozott meg. A 4.c ábra a vizsgált felhődetekciós algoritmusok legjobbika, a PNN detektor által felismert felhőmaszkot mutatja, míg a 4.d ábra az utóbbi eltéréseit a konszenzusos felhőmaszkhoz képest.

Az 5. ábra az első belső borítón a felhődetekció egy másik eredményét mutatja egy majdnem teljesen borult égbolt esetén, amikor a napeleváció 16° volt, a felhőzöttség pedig 96% a konszenzusos felhőmaszk szerint.

A vizsgált 13 felhődetekciós algoritmus által hibásan detektált képpontok arányának a 10 véletlenszerűen választott tesztkészletre vett átlagát a 3. táblázat

foglalja össze. Az RBD, HTA, RBR, WD, WDAI, WSDS és k NN algoritmusok átlagos hibája hasonló volt: 18,57 és 23,58% közti. A csak a polarizációfokot használó p RG és p DG algoritmusok voltak a legpontatlanabbak 29,94 és 42,88%-os hibával. A polarizációfokot használó neurális hálózaton alapuló Sp NN algoritmus hibája 23,82% volt, ami így nem adott jobb eredményt a nem-neurális hálózaton alapuló algoritmusokhoz képest. A polarizációs információkat nem használó neurális hálózaton alapuló SINN és NNN algoritmusok a 16,05 és 16,32%-os hibájukkal jobb eredményt értek el a nem-neurális hálózaton alapuló algoritmusoknál. A minden lehetséges (polarizációs, globális és nem-optikai) adatot felhasználó PNN algoritmus érte el a legkisebb, 15,32% hibát. A WSDS algoritmus 1,00% szórása volt a legkisebb, míg a p DG és p RG-é a legnagyobb: 2,69 és 2,35%. A többi algoritmus szórása 1,09 és 1,61% közé esett.

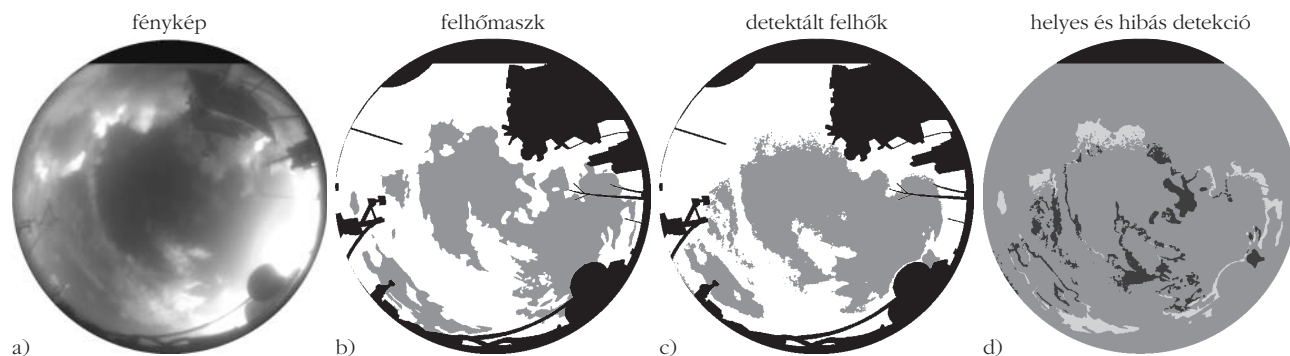
Az egyes emberi megfigyelők által felismert felhőmaszkok hibája a konszenzusos felhőmaszkhoz viszonyítva (vagyis azon képpontok aránya, amelyek esetén a megfigyelő nem értett egyet a csoport konszenzussal) 3,32, 3,31 és 2,74% volt az 50 tesztmérésre átlagolva. Megjegyezzük, hogy az összes képpont 90%-át mindhárom megfigyelő azonos módon detektálta, és legalább 93%-ban egyetértett bármely két megfigyelő.

A hibásan detektált képpontoknak a 10 véletlenszerűen választott tesztkészletre vett arányát külön-külön a 4. táblázat foglalja össze. Mint látható, a neurális hálózaton használó algoritmusok jobban teljesítettek a többinél, nemcsak átlagosan, hanem minden egyes tesztkészlet esetén is.

A cikk 1. részének (*Fizikai Szemle*, 2015. július–augusztusi szám) 2. táblázata az általunk vizsgált négy neurális hálózat (NN) alapú felhődetekciós algoritmus bemeneti paramétereit tartalmazza, ahol az egyes paraméterek használatát a PNN, NNN, SINN és Sp NN algoritmusokban \times jelzi. Az NNN és PNN algoritmusok globális paramétereket is felhasználnak, amelyek a képek egészére vonatkoznak, míg a WSDS, SINN, Sp NN, NNN és PNN algoritmusok nem-optikai paramétereket is figyelembe vesznek, mint például a napmagasság és a Naptól mért relatív azimutszög. A 3. táblázat összehasonlító statisztikái

Köszönjük a német Alfred Wegener Intézetnek a Polarstern kutatóhajó ANT-XXVII/1 expedícióján való részvételünk lehetőségét. Kutatómunkánkat az OTKA K-105054 (*Égbolt-polarimetria a felhők felismerésére és a polarimetrikus viking-navigációnak kedvező meteorológiai viszonyok vizsgálatára*) pályázat támogatta. Horváth Gábor köszöni a német Alexander von Humboldt Alapítvány műszeradományát és egy három hónapos kutatási ösztöndíját (3.3-UNG/1073032 STP, 2013 június 1. – augusztus 31., Regensburgi Egyetem). Köszönjük Farkas Alexandra doktorandusz segítségét az angol cikkünk magyarra fordításában.





4. ábra. Példa egy felhődetekcióra a 3. ábra mérésének használatával. a) Az égbolt fényképe. b) Konszenzusos felhőmaszk (fehér: felhő, szürke: tiszta ég, fekete: tereptárgyak). c) A PNN algoritmus által detektált felhőmaszk (fehér: felhő, szürke: tiszta ég, fekete: tereptárgyak). d) A konszenzusos felhőmaszk és a PNN algoritmus által felismert felhőmaszk közti különbségek. Középszurke: helyesen felhőnek vagy tiszta égnek detektált képpontok. Sötétszurke: hibásan tiszta égnek detektált felhők. Világosszurke: hibásan felhőnek detektált tiszta ég.

alapján megállapítható, hogy a nem-neurális hálózatot használó algoritmusok közül a WDS algoritmus hibája a legkisebb, ami arra utal, hogy a nem-optikai paraméterek javíthatják a felhődetekció pontosságát.

Elemzés

A k NN, SINN, S pNN, NNN és PNN felhődetekciós algoritmusok a mesterséges intelligencia módszerekhez tartoznak, amelyek képesek feldolgozni, figyelembe venni a másként nehezen felfedezhető összefüggéseket. A nem mesterséges intelligencia algoritmusok (RBR, WD, WDAI, WDS) utánozhatnak olyan összefüggéseket, amelyeket egy szakértő felhős mérés-

sek elemzésével fel tud tárni, de rejtett kapcsolatokat nem tudnak felismerni, különösen a polarizációval kapcsolatosakat nem, hiszen a fény polarizációját az emberi szem nem látja.

Ugyanakkor a felügyelt módon tanított felhődetekciós algoritmusok akkor a leghatékonyabbak, ha kellően nagyszámú bemenettel tanítjuk őket. Például a 3. és 4. táblázat jól mutatja, hogy bár a k NN egy mesterséges intelligencia algoritmus, a hibája hasonló a nem mesterséges intelligencia algoritmusok hibájához. Ez a k NN algoritmus általunk használt megvalósításának volt köszönhető, amelyben csupán a három különböző színcsatornában (R, G, B) mért I_R , I_G , I_B fényintenzitást használtuk bemenetként. A vizsgált esetben egy $256 \times 256 \times 256$ -os színtömböt használtunk, ami 16 MB

memóriát jelent, ha a tömb minden eleme 1 bájtos. Ugyanakkor a k NN által használt memória mérete gyorsan nő a bemeneti paraméterek számával: n bemeneti paraméter esetén 256^n bájt.

A WDAI és PNN algoritmusok polarizációs információkat használnak, míg a többi csak fotometrikus információkat. Az NNN és PNN algoritmusok globális paramétereket is használnak, amelyek a kép egészére vonatkoznak, míg a többi csak lokális információkat, amelyek csak a vizsgált képpontra vagy annak közvetlen környezetére jellemzőek. A WDS, NNN és PNN algoritmusok figyelembe vesznek nem-optikai jellemzőket is, míg a többi csak optikai jellemzőket használ. Az NNN és PNN algoritmusok rendelkeznek a legkisebb hibával (3. táblázat), mivel ezek mesterséges intelligencia algoritmusok nagyszámú bemenő para-

felhődetekciós algoritmus	átlagos hiba (%)	szórás (%)	polarizációs adatok használata	globális paraméterek használata	nem-optikai paraméterek használata
RBD	23,58	1,40			
WD	21,46	1,45			
RBR	21,64	1,41			
k NN	19,63	1,14			
HTA	20,78	1,61		×	
WDAI	19,80	1,21			
WDS	18,57	1,00			×
p DG	42,88	2,69	×		
p RG	29,94	2,35	×		
S pNN	23,82	1,15	×		×
SINN	16,32	1,12			×
NNN	16,05	1,24		×	×
PNN	15,32	1,09	×	×	×

A 10 tesztkészlet 25 mérését ugyanaból az ANT-XXVII/1 expedíción gyűjtött 50 mérésből választottuk ki véletlenszerűen. Az egyes algoritmusok által használt polarizációs információkat, globális paramétereket, nem-optikai paramétereket × jelöli.

A 13 felhődetekciós algoritmus által hibásan detektált képpontok aránya a 10 véletlenszerűen választott tesztkészletre külön-külön

No.	RBD	WD	RBR	kNN	HTA	WDAI	WDS	pDG	pRG	SpNN	SINN	NNN	PNN
1.	23,01	20,37	20,61	19,37	19,35	19,43	18,24	38,77	27,33	22,93	16,04	16,03	15,71
2.	23,69	24,01	24,24	21,25	23,05	21,73	20,16	47,94	32,84	25,19	17,98	18,46	15,56
3.	21,88	20,06	20,40	18,34	19,06	18,68	17,92	41,51	27,71	22,43	15,21	14,95	13,47
4.	24,05	22,76	22,93	20,76	22,56	21,05	19,39	43,64	32,22	24,61	17,89	16,85	16,52
5.	20,89	21,85	22,02	19,38	20,94	19,65	18,28	44,20	29,48	23,26	15,77	15,40	15,54
6.	24,95	22,36	22,31	21,06	21,94	21,12	19,96	42,14	30,69	25,26	17,51	17,19	16,42
7.	22,29	19,39	19,58	18,46	18,39	18,60	17,95	39,95	28,14	22,79	15,70	14,34	15,01
8.	21,55	20,30	20,58	18,18	20,19	18,68	17,22	41,88	27,79	23,24	15,84	15,05	14,23
9.	20,59	21,11	21,18	19,28	20,08	18,59	17,58	43,09	29,31	23,15	14,79	15,64	14,13
10.	22,92	22,35	22,54	20,16	22,19	20,52	18,95	45,73	33,86	25,38	16,46	16,59	16,59
AV	22,58	21,46	21,64	19,63	20,78	19,80	18,57	42,88	29,94	23,82	16,32	16,05	15,32
SD	1,40	1,45	1,41	1,14	1,61	1,21	1,00	2,69	2,35	1,15	1,12	1,24	1,09

Az átlag (AV) és szórás (SD) az utolsó két sorban a 3. táblázatból származik. Minden tesztkészletre és az átlagos hibára is a legkisebb hibát félkövér betűkkel szedték.

méterrel, köztük nem-optikai és globális paraméterekkel is. A PNN algoritmus ezen kívül polarizációs információkat is használ, ami megmagyarázza, hogy miért ad jobb eredményt az NNN algoritmusnál.

A PNN és NNN algoritmusok eredményei közti különbség kicsi. Ugyanakkor a PNN algoritmus jobb teljesítménye nem meglepő, mivel több információt használ. A kiértékeléshez 50 eltérő égbolt mért polarizációs mintázatait használtuk úgy, hogy 10 különböző módon választottunk ki belőlük 25 algoritmustanító eget és a maradék 25 égen teszteltük az adott algoritmust. Ezzel csökkentettük annak esélyét, hogy egy gyengébb algoritmus egy adott mérési készlethez jobban alkalmazkodjon, mint egy egyébként jobban teljesítő algoritmus, és ezzel tévesen kisebb hibát érjen el. Mivel az NNN és PNN detektorok ugyanazon méréseket használták, a képminőség nem magyarázhatja a PNN algoritmus jobb eredményeit.

A 13 bemutatott felhődetekciós algoritmus eléggé szerteágazó volt. Hangsúlyozzuk, hogy a vizsgáltaknál összetettebb algoritmusok, például azok valamilyen kombinációja, jobb eredményeket érhet el. Például azt vizsgálva, hogy az egyes algoritmusok pontossága miként függ a Nap relatív pozíciójától vagy a horizont fölötti magasságtól, összeállítható egy olyan kombinált algoritmus, amely az egyes rész-algoritmusok eredményeit különböző súlyokkal veszi figyelembe az égbolt különböző tartományaiban. Célunk az volt, hogy összevegyünk számos nem-neurális hálózat alapú algoritmust, amely az emberi megfigyelő felhődetektáló módszerét utánozza a égbolton vagy a mért polarizációs mintázatokon. Továbbá megvalósítottuk a PNN neurális hálózatot, amely sok bemeneti paramétert használ úgy, hogy a kimenet bemenettől való függése nincs előre meghatározva.

Az Atlanti-óceáni expedíció során a Nap ritkán közelítette meg a zenitet, még az Egyenlítő környékén is csak délben és rövid időre. Ugyanakkor a zenitet közelítő napmagasságok mellett az ég általában tiszta volt, így e méréseket nem tudtuk használni felhődetekciós algoritmusok tanítására és tesztelésére. Nagy napmagasságok esetén a polarizációfok és polarizációs szög mintázatai nagymértékben különböznek az alacsonyabb napmagasság mellettiekétől, így ekkor külön algoritmusokra lehet szükség. Mivel a felhasznált méréseknél a napmagasság 4° és 40° közé esett, ezt a különleges esetet nem tudtuk vizsgálni, e probléma körülményeire külön kutatást igényel. Korábbi tapasztalataink alapján a napkitakaró tárcsa és a Polarstern felépítményei által kitakart területek nagysága meghaladja a hibásan felhősnek detektált területek nagyságát. Emiatt a tesztkészletből kihagytuk a tiszta égboltokat tartalmazó méréseket, ami nem befolyásolta a felhődetekciós algoritmusok fejlesztését.

Az égboltfény α polarizációs szöge nem használható felhődetekcióra, mert annak mintázata nagyon robusztus, még felhős viszonyok között is. Létezik azonban olyan felhődetekciós algoritmus, ami figyelembe veszi az égbolt α -mintázatát is [2]. Ugyanakkor kizárólag az α változásait figyelembe véve rossz felhődetekciós pontosságot lehet csak elérni, ezért az algoritmusainkban nem használtuk ezt a paramétert.

A Polarstern hajónak mint mozgó platformnak megvolt az a hátránya, hogy a polarimetriához szükséges három polarizációs felvételt a forgóanalizátoros képalkotó műszerünkkel egymásután elkészítve, a hajó billegéséből adódóan mozgási műtermékekhez vezethetett. Néhány mérésünk minősége valóban csökkent e jelenség miatt. Ugyanakkor az 50 tesztmé-

rés kiválasztásakor különös figyelmet fordítottunk arra, hogy kihagyjuk azon méréseket, amelyeken a kiértékelés után ilyen mozgási műtermékek adódtak. Elméletben ez a jelenség elkerülhető, ha a polarimetriához szükséges három felvételt azonos időben készítjük el. A valóságban egy ilyen megközelítés a következő nem-triviális problémákat veti fel: (i) A legfontosabb a három kamera optikai tengelye tökéletes párhuzamosságának biztosítása. (ii) Egy másik nehézség, hogy a három kamera érzékelője kissé eltérő választ ad azonos fényintenzitásokra még akkor is, ha azonos típusúak, ami keresztkalibrációt igényel. Felhasználhatók lettek volna a hajó belső szenzorainak adatai, amelyek megadják a hajó pontos állás-szögét, hogy ezzel korrigáljuk az egyes képek irányítotttságát. Ugyanakkor ez nagyon pontos szinkronizációt igényelt volna a hajó belső rendszerével. Ehelyett egyszerűen kihagytuk azon méréseket, amelyeken a kiértékeléskor hiba keletkezett a hajó elmozdulása miatt.

Következtetések

Azt találtuk, hogy a neurális hálózaton alapuló felhődetekciós algoritmusok voltak a legjobbak a 13 vizsgált közül, és hogy a globális paraméterek (például a fényintenzitás átlaga és varianciája), a nem-optikai információk (például a relatív nappozíció) és a polarimetrikus információk (különösen a polarizációfok) növelhetik a felhőfelismerés pontosságát. Ugyanakkor, mint azt az NNN és PNN algoritmusok hibái közti kis különbség mutatja, a polarizáció csak kismértékben növeli a pontosságot. Fontos azonban hangsúlyozni, hogy a polarizációs információkból más mennyiségekre is következtethetünk, mint például a felhőalap magasságára vagy az aeroszol koncentrációjára, amely mennyiségek mérése fotometrikus úton nem lehetséges. A polarizáció segíthet a felhőtípusok osztályozásában is, például elkülöníteni a jégfelhőket a vízfelhőktől, vagy akár a jégfelhők mikrofizikai jellemzőinek (részecskeméret és -alak) meghatározásában.

AZ ELSŐ SZÁMJEGYEK BENFORD-TÖRVÉNYE ÉS A RADIOAKTÍV IZOTÓPOK FELEZÉSI IDEJE

Gyürky György, Farkas János
MTA Atommagkutató Intézet, Debrecen

Mindennapi életünkben körülvesszük minket a számok és e számoknak olykor érdekes és meglepő tulajdonságaik vannak. Az egyik ilyen meglepő tulajdonságot Benford-törvénynek nevezzük. Bármilyen furcsa és szinte hihetetlen is a törvény által leírt jelenség, annak igazságáról bárki könnyedén meggyőződhet. Mégis kevésbé ismert még a tudomány művelői körében is. Pedig a törvénynek már különböző gyakorlati felhasználásai is vannak. E cikk apropóját egy olyan alkalmazás adja, amely – mint megmutatjuk – teljesen hibásan használja a törvényt.

Egy kis történelem

A 19. század végén *Simon Newcomb*, egy kanadai-amerikai matematikus és csillagász érdekes felfedezést tett logaritmustáblázatok tanulmányozása közben. A *Fizikai Szemle* olvasóinak jó része talán már nem is tudja, mi az, hogy logaritmustáblázat. Az elektronikus számológépek elterjedése előtt ilyen táblázatok könnyítették meg különböző matematikai műveletek elvégzését, tehát például a tudósok gyakran forgatták a könyvekbe rendezett táblázatokot. Newcomb azt találta, hogy a könyvek első oldalai sokkal inkább kopottak voltak, mint a hátrébb található oldalak. Mivel a könyvekben a listák az egyes számtól kezdődnek és a kilences számmal kezdődő számokkal végződnek, így a

könyvek kopása alapján úgy tűnt, a felhasználók gyakrabban keresnek alacsony számmal kezdődő számokat, mint magas kezdőszámjegyűeket.

Newcomb meglepő felfedezése hosszú időre feledésbe merült, mígnem 1938-ban a General Electric fizikusa, *Frank Benford* újra rábukkant a jelenségre. Az ebből a felfedezésből születő „törvény” ezért az ő nevét viseli: az első számjegyek Benford-törvénye, vagy egyszerűen csak Benford-törvény [1]. A táblázatok kopását úgy értelmezte, hogy a természetben vagy a mindennapi életünkben gyakrabban fordulnak elő kis számmal kezdődő számok.

Ezt a meglepő lehetőséget Benford igen alapos ellenőrzésnek vetette alá. A tudomány és a mindennapok számos különböző területéről vett adatokat, számsorokat, és az első számjegyek eloszlását vizsgálta bennük. Adatbázisában megtalálhatók voltak fizikai és matematikai állandók, molekulatömegek, földrajzi adatok, mint például folyók hossza és tavak területe, amerikai települések lélekszáma, híres emberek utcaházszáma, vagy akár halálozási statisztikák is. Azt találta, hogy az adatsorok nagy többségére valóban igaz, hogy az első számjegyek eloszlása nem egyenletes, hanem a kis számok irányába torzult. Például az egyessel kezdődő számok több mint hatszor gyakoribbak, mint a kilencessel kezdődőek.

Aki hitetlenkedve fogadja ezeket az eredményeket, annak javasolunk egy próbát. Listázza ki az összes szá-