BUFFON, FOURIER, KELVIN KONTRA LAMARCK, DARWIN.

a Föld Buffon– Fourier– Kelvin-féle kihűlési modellje és a Lamarck– Darwin-féle fejlődéselmélet közti ellentmondás a XVIII– XIX. században

Horváth Gábor
ELTE Alacsony Hőmérséklet
Fizikai Tanszék

Mottó: "....Mi, paleontológusok, biológusok csak azt akarjuk tudni: Tény-e az, hogy fejlődés történt. Ami az időt illeti, amely a fejlődés folyamata alatt lefolyt, e tekintetben a csillagászok és fizikusok kezében vagyunk, az ő feladatuk, hogy e kérdéssel foglalkozzanak...."
(Dezső Béla, XIX. századi paleontológus)

1. Bevezetés

A XVIII–XIX. században a csillagászok, fizikusok és a paleontológusok, biológusok között éles vita folyt a Föld és a Naprendszer koráról. A csillagászok, fizikusok a kozmogóniai, geológiai elméletek és az akkor ismert fizikai törvények alapján egzaktul, "megfellebbezhetetlenül" meghatározták a Föld és a Naprendszer korát. Ahányan foglalkoztak a problémával, annyi "egzakt" eredmény született. Egy azonban közös volt bennük, nevezetesen, hogy a paleontológusok, biológusok szerint túlontúl kicsinek adódtak ezek az időértékek. Szerintük jóval idősebbnek kell lennie a Földnek (és így a Naprendszernek is). Ezt paleontológiai, majd a fejlődéselmélet kialakulásakor evolúciós megfontolásokkal indokolták. A fejlődéselmélet hívei szerint jóval több idő szükségeltetik a különböző fajok kifejlődéséhez, a szelekcióhoz, mint a fizikusok kiszámolta földkor. Ebből éles vita keletkezett, amely csak a radioaktivitás felfedezése után dőlt el véglegesen a paleontológusok, biológusok javára. Kiderült, hogy mindkét tábor tévedett, de a fizikusok tévedtek nagyobbat. Az egzakt fizikai számítások és kísérletek a Föld kihűlésén alapultak, de mert akkoriban még nem ismervén a radioaktivitást, nem vehették figyelembe a számítások során a radioaktív bomláskor felszabaduló energiát. Ezért a Föld korára a belső és/vagy külső hőforrás nélküli hűlő gömbmodellből jóval kisebb értékek adódtak, mint a valódi.

Az evolucionisták is tévedtek, mikor az evolúciós tempót alulbecsülték, ugyanis nem tudhatták, hogy a Föld pólusváltásaikor a földi mágneses tér részleges leépülése miatt megnövekedett kozmikus sugárzásnak mutációnövelő hatása volt, s így ezekben az időszakokban meggyorsult az evolúciós tempó.

A Biblia tekintélye, a néhány ezer éves Föld hite és a teremtett fajokon alapuló tudományos rendszer hosszú időre visszavetette a fejlődésre vonatkozó gondolatokat. Az evolúciós szemlélet kialakulásának és széles körű elterjedésének előfeltétele volt a hagyományos, bibliai világkép tagadása, a földtörténeti idő felismerése és az élővilág változékonyságának tanulmányozása. Az egzakt fizikai kísérleteken és számításokon alapuló földkor-becslések szembekerültek a bibliai koradatokkal, amennyiben sokszorosan felülmúlták azokat, de még így is túl kevésnek bizonyultak a fejlődéselmélet számára.

A fizikusok egzakt módszerei miatt a XVIII–XIX. században általánossá vált a haladó tudományos körökben a csillagászok, fizikusok meghatározta földkor-adatokban való hit. Ez pedig a forradalmian új evolúcióelmélet elterjedését, elfogadását hátráltatta, késleltette.

Dolgozatunkban előbb röviden áttekintjük a szóbanforgó vita tudománytörténeti hátterét, majd részletesen tárgyaljuk a Föld korának meghatározása céljából a Buffon–Fourier–Kelvin-féle hűlő gömbmodellt. Levezetjük, miként alakul egy homogén, izotróp, belső és/vagy külső hőforrásmentes hűlő gömb hőmérsékleteloszlása. Végül röviden szólunk a Föld jelenlegi ismereteink szerinti hőáramlásairól, koráról.

Munkánkat az motiválta, hogy még szakmai körökben sem igen közismert ez az egyébként érdekes és az evolúcióelmélet elfogadása, elterjedése szempontjából nagyon fontos, a XVIII–XIX. századi fizikusok és biológusok között dúló tudománytörténeti polémia. Ezen túlmenően pedig Fouriert éppen a Föld korának problémája inspirálta hővezetési elméletének kidolgozására.

2. A Föld koráról alkotott XVIII–XIX. századi nézetek

1648-ban James Ussher, Armagh érseke a bibliai adatok alapján kinyilatkoztatta, hogy a Föld teremtése ie. 4004-ben következett be [1]. Lightfoot angol kancellárhelyettes szerint az ember október 23-án, délelőtt 9 órakor jelent meg a Földön [2]. Hogy a vízözön melyik hónapban volt, arról a XVII. században tudósok késhegyre menő vitát folytattak, és érvül felhasználták a fosszíliákat is. A hagyományos, bibliai teremtéstörténet szerint a Föld kora mintegy 6000 év, az élőlények teremtés útján, egyetlen nap alatt keletkeztek. Egy negyvennapos katasztrófa söpört végig a Földön, a fosszíliák e vízözön tanúi. Noénak köszönhető, hogy valamennyi teremtett faj még ma is él, anélkül, hogy változott volna.

A XVIII. század második felében azonban már akadtak természettudósok, akik elvetették a teológiai, dogmatikus nézeteket, s számukra egyre nyilvánvalóbb lett a Föld jóval öregebb volta. Buffon szakít a Föld 6000 esztendős korának bibliai tanával, s bonyolult kísérlet és számítás alapján 1778-ban megállapítja, hogy a Föld pontosan 74832 éve alakult ki [3]. Ennyi idővel ezelőtt történt szerinte az, hogy: "Egy üstökös nekiütközött a Napnak, s onnan darabokat szakított ki, amikből aztán a bolygók keletkeztek. A bolygók előbb tüzes golyók voltak, lassan hűlni kezdtek, folyékony anyagaik megszilárdultak. A lecsapódó folyadék elborította felszínüket, ekkor jelentek meg a tengerek, óceánok, bennük az élettel. A tenger helyenként kiszáradt, kifejlődtek a szárazföldek, hátukon a szárazföldi élőlényekkel. A lehűlés egyre fokozódott, ezért az élőlények megkezdték vándorlásukat a hidegebb pólusok felől az egyenlítő felé. Mivel pedig a lehűlés megállíthatatlanul tovább tart, még pontosan 93291 évig élhet élőlény a Földön, azon túl olyan jégkorszak következik, melyben szerves élet többé nem létezhet" [4]. Buffon ezen, az 1778-ban megjelent "A természet korszakai" című munkájában kifejtett nézeteit a korabeli geológusok, Saussure, Werner, Pallas nyomban hevesen cáfolták, a párizsi egyetem teológusprofesszorai pedig felismerték, hogy itt a Biblia tekintélye forog kockán. Buffon már 1749-ben szembekerült kora hivatalos teológiai-tudományos világképével, mikor "A Föld elmélete" című munkájában először becsülte meg a Föld korát tudományos, s nem teológiai megfontolások alapján. A Sorbonne 1751-ben 16 állításának visszavonására kényszerítette [2].

Buffon említett 1778-as második földtani munkáját a "preklasszikus geológia" mesterművének tekintik. Buffont szokás prelamarckistának is nevezni, mert műveiben fellelhetők, habár ellentmondásosan az élővilág fejlődésére tett utalások. Mégis azzal, hogy "pontosan" meghatározta a Föld korát, s a bibliai világképből következő földkornál ugyan jóval többet kapott eredményül, de az igazi fejlődéselmélet számára oly keveset, lényegében ártott az evolúciós gondolatoknak, így szerepe kétélű volt a haladást illetően.

James Hutton 1789-ben a Föld keletkezésének kérdésével nem foglalkozott, korát ellenben végtelennek tartotta: "Semmi nyomát nem találjuk hajdani kezdetnek" [1]. Ezzel a véleményével maga ellen zúdította az egyházi reakciót. Hutton azon az állásponton volt, hogy a végtelenül hosszú idő alatt a természet változott ugyan, de a természet törvényei változatlanok. Ezzel az " aktualizmus" vagy más néven az "uniformizmus" elvét hirdette, amit néhány évtized múltán Charles Lyell vitt diadalra. Huttont ateizmussal vádolták, John Williams szerint: "A Föld örökkévalóságának ez az eszeveszett és természetellenes elképzelése kétkedéshez, teljes hitetlenséghez és istentagadáshoz vezet" [4].

Huttonnál maradva, 1795-ben így ír: "A hegytetőtől a tengerpartig minden változik, a kőzetek és a szilárd réteg eltűnik, széttöredezik és szétesik, a talaj a Föld felszínén a tengerpart felé vándorol, a tengerpart pedig a tenger ostroma következtében kopik és pusztul." [1]. Hutton ezen véleménye nagyon hasonló volt a predarwinista Lamarck idevonatkozó nézeteihez.

1801-ben Lamarck ezt írta: "Az idő és a kedvező körülmények az a két legfőbb eszköz, amit a természet fölhasznál valamennyi termékének létrehozására". [4]. Lamarck szerint " a természet számára az időnek nincs határa, mindig rendelkezésre áll." [4]. Lamarck nem olyan vakmerő, mint Buffon, hogy pontosan kiszámítsa a Föld korát, csak általánosságban beszél a fejlődéshez szükséges hosszú időről. "Hidrogeológia" című művében az évszázadok millióiról vagy még általánosabban a természet rendelkezésére álló végtelen időről tesz említést. Az aktualizmus csíráit lelhetjük fel Lamarck következő szavaiban: "Ami pedig a körülményeket illeti, melyekre a természetnek szüksége van és volt nap mint nap, hogy termékeit változtassa, ezek úgyszólván kipusztíthatatlanok." [4]. Lamarck tehát sejtette azt, hogy a mai élővilág beláthatatlanul hosszú földtörténeti eseménysor eredménye; az összetett szervezetek az egyszerűbbekből alakultak ki és ebben a fejlődésben fontos szerepet játszott a szervezet és a környezet kölcsönhatása; az egyes szervek evolúciós tempója különböző. Korát azonban megelőzte, meg nem értésben volt része; ezért írt így róla a zoológus Blainville 1845-ben: "Egyedül volt, és semmit sem kaphatott másoktól." [2].

Már Lamarcknál is jelentkezett az az éles ellentmondás, amely a bibliai, ill. a buffoni földkor és a fejlődéshez szükséges "végtelen" idő között feszült. Ez az ellentmondás igazán Darwinnál teljesedett ki. Darwin szerint a ma létező földi életformák fokozatosan fejlődtek ki korábbi és egyszerűbb változatokból, nagyon kicsi változások hosszú során át. Következtetése szerint egy élőlény formájában lényeges változás csak a generációk ezrei, milliói alatt jön létre, és rendkívül hosszú időnek kellett eltelnie a legrégibb kövületek eredetétől napjainkig. Továbbá hosszú időnek kellett eltelnie ahhoz is, hogy a kövületek megjelenhessenek, mert kezdetben puhatestű állatok töltötték meg az őstengereket anélkül, hogy létezésükről bármi nyomot hagytak volna.

Mint ahogyan Lamarck, Darwin sem tudott megadni semmiféle pontos időadatot arra vonatkozóan, hogy mennyi ideje tart a fejlődés, s mikor alakulhatott ki az élet a Földön, de intuitíve érezte, hogy a Földnek már sok száz millió vagy milliárd évesnek kell lennie. A biológusok, paleontológusok valójában ráhagyták a fizikusokra, csillagászokra a Föld és a Naprendszer korának kiszámítását. Dezső Béla, XIX. századi őslénytanos így írt: "Mi, paleontológusok, biológusok csak azt akarjuk tudni: Tény-e az, hogy fejlődést történt. Ami az időt illeti, amely a fejlődés folyamata alatt lefolyt, e tekintetben a csillagászok és fizikusok kezében vagyunk, az ő feladatuk, hogy e kérdéssel foglalkozzanak." [2].

És valóban, azon biológusok, paleontológusok, akik evolucionista álláspontra helyezkedtek, a fizikusok szorító kezétől szenvedtek, ugyanis utóbbiak számításai szerint a Föld jóval fiatalabb annál, mint amekkora időre szükségük lett volna az evolucionistáknak a fejlődési folyamatok megmagyarázásához, így komoly veszélyben volt ez a forradalmian új fejlődéselmélet. Lord Kelvin (William Thomson), aki kora egyik legtekintélyesebb fizikusa volt, 1862-ben megkísérelte fizikai módszerekkel a Föld korát kiszámítani. Feltételezése szerint a Föld hőmérséklete kialakulásakor $\sim$ 1000 °C lehetett és legfeljebb 40 millió év alatt hűlt le mai hőmérsékletére. Kelvin Buffonéhoz hasonló elvet követett, fémolvadékok merevedésének és hűlésének időtartamából határozta meg a hőátadási tényezőt, s ez alapján számította ki a Föld korát (tehát a laboratóriumi méréseket extrapolálta a Földre) [1,2,3,4]. Darwin szerint ennél a 40 millió évnél jóval több időre volt szükség az élet kialakulásától napjainkig. Darwint ez a fejlemény meglehetősen felizgatta; 1869-ben így ír: "Nagyon kínos számomra az a rövid idő, amelyet Sir Thomas W. Thomson a világ korára kihozott, mert nekem a kambrium előtt sokkal több időre van szükségem." [1]. A Darwin kontra Kelvin polémiára jellemző, hogy az említettek miatt Darwin személyes ellenszenvet érzett Kelvin iránt. Alfred Wallace-hoz írott egyik levelében Kelvint "gyűlöletes kísértetnek" nevezi [1].

Kelvin azonban egzakt számításai miatt magabiztos volt, 1873-ban ezt mondta: "Minduntalan olyasmire bukkanunk, ami igazolja Darwin filozófiájának kimondott dőreségét." [1]. Kelvin 1893-ban a Föld korára adott becslését 24 millió évre redukálta. Kelvin magabiztosságát fokozta csak, hogy az ugyancsak világhírű magyar csillagász, Kövesligethy (1862–1934) szintén 20 millió év körülinek tekintette a Napot, Helmholtz pedig az 1870-es években zsugorodó napmodellje alapján a Napot 30 millió évesnek vélte. Darwin és az evolucionisták számára megdöbbentően kis idők ezek. Az ember kialakulásához 15 millió évre volt szüksége Darwinnak, Lyellnek 240 millióra, Wallace-nek pedig már 500 millióra! Darwin a földtörténeti újkor időtartamát 300 millió évre becsülte, csaknem ötszörösére annak, amennyi valóban volt (67 millió év) [2]. Darwin számára, aki állandó lassú kiválasztódással, fejlődéssel számolt, szinte mérhetetlenül sok idő kellett a mai élővilág kialakulásához, de kora fizikája ellene dolgozott. Hiába írta Hookernek: "Meggyőződésem, hogy a világnak sokkal idősebbnek kell lennie, mint Thomson becsüli." [2]. Darwin 1882-ben halt meg mélységesen bántva, gyötrődve Kelvin kritikájától.

Darwinnak tehát nemcsak a bibliai világképet hirdető teológusokkal és az ezt a hitet elfogadó tudós paleontológus, biológus kollégáival kelett harcolnia evolúciós elméletének megvédéséért (lásd pl. a hírhedt "majompert"), de még kora nagytekintélyű fizikusaival, csillagászaival is. Nem csoda hát, ha Darwin lassan felörlődött. Köztudott Darwin öregkori magábazárkózottsága, betegeskedése. Elméletének hiányosságai miatt (pl. hogy nem tudott elszámolni a fejlődéshez szükséges mérhetetlenül sok idővel) állandó önváddal kínozta magát: "Én vagyok egész Angliában a legnyomorultabb, legmocskosabb buta kutya, és kész vagyok nyugtalanul vinnyogni vakságomért és előítéletemért." [2].

3. *A hővezetés Fourier-féle elméletének kialakulása*

A földtudományok fejlődése során már a XVIII–XIX. században jelentkezett az az igény, hogy egy objektív, egzakt földtörténeti időskálát állítsanak fel. Ehhez a radioaktivitás felfedezéséig legmegfelelőbbnek a Föld kihűlésén alapuló időskála mutatkozott. Így a XVIII. században egy új probléma került a figyelem középpontjába: a Föld hőmérsékletének problémája és annak kapcsolata a földtörténettel.

A probléma kvantitatív tárgyalását már Dortous de Mairan megkísérelte 1719-ben [5,6]; őt követte Buffon 1774-ben [5,7], aki feltételezte, hogy a Föld felszínközeli jelenlegi hőmérséklete egy kezdeti forró, olvadt állapotból való hűlési folyamat eredménye. Ebből – mint korábban már láttuk – ~ 75000 éves földkort hozott ki. A csillagász Bailly 1777-ben [5,8] úgy vélte, hogy a fokozatos kihűlés minden Naprendszerbeli objektum tulajdonsága, de mindegyikük különböző stádiumban van: a Jupiter pl. még túl forró az élet kialakulásához, míg a Hold már túl hideg ehhez; de végül minden objektum eléri majd a holdi élettelen, hideg állapotot.

Ezek a spekulációk ellentétbe kerültek az angol Hutton, Playfair, Lyell uniformista geológusok azon földtörténeti nézetével, mely szerint a Föld belseje még manapság is valószínűleg nagyon forró. Az uniformisták nem vélték a földi belső hőt intenzívebbnek a földtörténet korábbi időszakaiban, hanem úgy gondolták, a belső hő állandó marad, s ez szolgáltatja az energiát a földi építőfolyamatokhoz az eróziós folyamatok ellensúlyozására ("huttoni Föld-gépezet") [5,9].

Az uniformista geológia kritikusai, R. Kirwan, J. Hunter, J. Murray, G. Greenough azzal ellenérveltek, hogy a földi belső hőnek, mint minden más hőnek a melegebb helyről a hidegebb felé kell áramlania, ezért nem lehet feltételezni a Föld belső hőjének állandóságát valamiféle egyéb járulékos hőforrás, mint utánpótlás nélkül. Mindez persze csak Fourier munkássága után tisztult így le.

A Föld belső hőjének, hővezetésének kvantitatív vizsgálata Fourier hővezetési elméletének megszületése után vált lehetővé a XIX. század elején. Fourier saját beszámolója szerint [5,10] éppen a földi hőmérséklet problémája vezette őt a hővezetés matematikai elméletének kidolgozására, és ezen elmélet első alkalmazásai közé tartozott egy egyszerű formulának a származtatása, mely leírja egy homogén, izotróp gömb (földmodell) hőmérsékletének időbeli változását speciális kezdeti hőmérséklet mellett, ismervén a pillanatnyi hőmérsékletgradienst a felszínen, a gömb hővezetőképességét és fajhőjét. Ebben az időben a földi hőmérsékletgradiens-mérések nagyon gyakoriak voltak, mert a felszíni gradiens ismeretében extrapolációval meg lehetett határozni a Föld centrális hőmérsékletét, valamint meg lehetett becsülni a Fourier-egyenletekben szereplő paraméterek értékét is.

Fourier is meghatározta hővezetési elméletéből a Föld korát, s kereken 200 millió évnek találta azt. Ezt az eredményt olyan hosszú időszakasznak vélte, hogy nem publikálta. 1819-ben [5,11] arra a következtetésre jutott, hogy a földi hőáramlás a felszínen olyan lassú, hogy az hosszú földtörténeti idő alatt sem volt jelentősebb hatással a földi hőmérsékleteloszlásra. Így Fourier munkásságának kezdeti hatása az volt, hogy megerősítette az uniformista geológiát.

A fejlődéselmélet híveinek Fourier okozta volna a legkevesebb gondot az időtényezőt illetően, mivel a fizikusok, csillagászok közül ő becsülte akkoriban a legöregebbnek a Földet, de a darwinistáknak még ez a publikálatlan 200 millió év is kevés lett volna.

A továbbiakban részletesen megvizsgáljuk a Föld kihűlési folyamatát a Fourier-féle hővezetési elmélet alapján úgy, hogy eltekintünk mindennemű hőforrástól, amely pótolhatná az elvezetett hőmennyiséget. Megmutatjuk továbbá, hogy a napsugárzásnak semmiféle hatása sincs a Föld kihűlésének időbeli lefolyására.

4. *Homogén, izotróp gömb hűlése*

Fourier két hővezetési törvénye:

$$\frac{dQ}{dt} = -kd\underline{A}\,\mathrm{grad}T\,, \qquad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{c\rho}\Delta T \equiv D\cdot\Delta T\,. \qquad (2)$$

Tételezzünk fel homogén és izotróp gömböt, s tekintsünk el a sűrűség (ρ), a fajhő (c) és a hővezetési együttható (k) hőmérsékletfüggőségétől. Ekkor (2)-ben D állandó a gömbön belül. Gömbi koordinátarendszerben a gradiens-, és Laplace-operátorok a következőképpen fejezhetők ki:

$$\mathrm{grad}=\frac{\partial}{\partial r}e_r+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\phi}e_\phi+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}e_\theta, \tag{3}$$

$$\Delta=\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r}+\frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\phi^2}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}+\frac{1}{r^2}\mathrm{ctg}\theta\frac{\partial}{\partial\theta}. \tag{4}$$

Vegyünk olyan kezdeti feltételt, hogy $t=0$ esetén gömbszimmetrikus a hőmérsékleteloszlás, s a gömb hűlése során felületén homogénen adja át környezetének energiáját. Ilyen kezdeti- és peremfeltételek mellett a gömb hűlése során mindvégig gömbszimmetrikus marad a hőmérsékleteloszlás, azaz

$$d\underline{A}=\{dA(r)\underline{e}_r,0,0\},\ T=T(r,t). \tag{5}$$

A (3), (4), (5) alapján (1), (2) így alakul:

$$\frac{dQ}{dt}=-kdA(r)\frac{\partial T}{\partial r}, \tag{6}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t}=D\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}+\frac{2}{r}\frac{\partial T}{\partial r}\right). \tag{7}$$

A hűlő gömb energiáját felületén adja le környezetének. Ha $T(R,t)$ a gömb felszínének és $T'(R,t)$ a környezetének hőmérséklete, akkor legyen a leadott energia arányos ezen két hőmérséklet különbségének p-edik hatványával, azaz a peremfeltétel (6) felhasználásával:

$$-k\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_R=h\{T(R,t)-T'(R,t)\}^p, \tag{8}$$

ahol h a hőátadási tényező. A (8)-ban $T'(R,t)$-t vehetjük zérusnak, ami lényegében a hőmérsékletskála nullnívójának eltolását jelenti csak. A továbbiakban ezzel élünk. A (7) Fourier-egyenletet akkor könnyű analitikusan megoldani, ha a hőmérséklet (r,t)-függése szeparálható, tehát ha:

$$T(r,t)=\tau(t)\cdot\phi(r). \tag{9}$$

Ha a (9) szeparált alakra alkalmazzuk a (8) peremfeltételt, akkor a következőt kapjuk:

$$-\frac{k}{h}\phi(R)^{-p}\left(\frac{d\phi}{dr}\Big|\right)_R=\tau(t)^{p-1} \tag{10}$$

Mivel (10) baloldalán állandó áll, ezért a jobboldalának is annak kell lennie; ez viszont csak $p=1$ esetén teljesül. Tehát (7) megoldása csak $p=1$ esetén kereshető a (9) szerinti szeparált alakban. Vegyünk a továbbiakban $p=1$-et. A megoldandó egyenletünk tehát (7) a következő kezdeti- és peremfeltétel mellett:

$$-k\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_R=hT(R,t),\quad T(t=0,r)\equiv\Phi(r). \tag{11}$$

Egyelőre eltekintünk bármiféle külső és/vagy belső hőforrástól. A (7)-be behelyettesítve a (9) alakú függvényt, kapjuk, hogy

$$\frac{1}{D\tau}\frac{d\tau}{dt}=\frac{1}{\phi}\left(\frac{d^2\phi}{dr^2}+\frac{2}{r}\frac{d\phi}{dr}\right). \tag{12}$$

Mivel (12) baloldala csak az időtől függ, míg jobboldala csak a helytől, ezért szükségképpen mindkét oldalnak állandónak kell lennie. Tehát:

$$\frac{1}{D\tau}\frac{d\tau}{dt}=\mathrm{konst.} \tag{13}$$

A (13) megoldása:

$$\tau=\tau_0\cdot\exp(Dt\cdot\mathrm{konst.}) \tag{14}$$

Mivel hűlési folyamatot vizsgálunk, ezért csakis negatív előjelű konstans értelmezhető fizikailag. A szóbanforgó konstanst így a továbbiakban $-\lambda^2$-tel jelöljük. Így tehát (14) és (12)-ből:

$$\tau(t)=\tau_0\exp(-D\lambda^2 t), \tag{15}$$

$$\frac{d^2(\phi\cdot r)}{dr^2}+\lambda^2\phi\cdot r=0. \tag{16}$$

Bevezetve először az

$$x=\lambda r, \tag{17}$$

majd a

$$\phi=\frac{S(x)}{\sqrt{x}} \tag{18}$$

helyettesítést, kapjuk (16)-ból, hogy

$$\frac{d^2S}{dx^2}+\frac{1}{x}\frac{dS}{dx}+\left(1-\frac{1}{4x^2}\right)S=0. \tag{19}$$

A ν indexű Bessel-függvények definiáló differenciálegyenlete [12]:

$$\frac{d^2J}{dx^2}+\frac{1}{x}\frac{dJ}{dx}+\left(1-\frac{\nu^2}{x^2}\right)J=0. \tag{20}$$

A (19) és (20) összehasonlításával látható, hogy (19) megoldásai a $\pm 1/2$ indexű Bessel-függvények, azaz [12]:

$$J_{1/2}(x)=\sqrt{\frac{2}{\pi x}}\sin x,\ J_{-1/2}(x)=\sqrt{\frac{2}{\pi x}}\cos x. \tag{21}$$

A (19) általános megoldása a (21) Bessel-függvények (mint partikuláris megoldások) lineáris kombinációja:

$$S(x)=\sqrt{\frac{2}{\pi x}}\,(A\sin x+B\cos x). \qquad (22)$$

Így tehát (16) általános megoldása (17), (18), (22) alapján:

$$\phi(r)=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\;\frac{A\sin(\lambda r)+B\cos(\lambda r)}{\lambda r} \qquad (23)$$

Mivel a hűlő gömb középpontjában is végesnek kell lennie a hőmérsékletnek, s így $\phi(r)$-nek is, ezért a

$$\lim_{r\to 0}\phi(r)<\infty \qquad (24)$$

feltételből (23) alapján következik, hogy $B=0$, így végül is (7) partikuláris megoldása (23), (15), (9) alapján:

$$T(r,t)=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\;\frac{A}{\lambda r}\;\sin(\lambda r)\cdot\exp(-D\lambda^2 t). \qquad (25)$$

A (25)-ben a (15)-beli τ_0 állandót A-ba olvasztottuk be.
Ezek után alkalmazzuk (25)-re a (11) peremfeltételt; amiből kapjuk, hogy

$$\mathrm{tg}(R\lambda)=\frac{kR\lambda}{k-Rh}. \qquad (26)$$

A (26) transzcendens egyenletnek végtelen sok megoldása van λ-ra; jelöljük ezen sajátértékeket λ_m-mel. Meghatároztuk tehát a (26) sajátértékegyenletet és a λ_m sajátértékekhez tartozó, (25) szerinti sajátfüggvényeket. A (7) általános megoldását ezen sajátfüggvényekből lehet kikeverni a következő módon:

$$T(r,t)=\sum_m \sqrt{\frac{2}{\pi}}\;\frac{A_m}{\lambda_m r}\;\sin(\lambda_m r)\cdot\exp(-D\lambda_m^2 t). \qquad (27)$$

Hátra van még az A_m együtthatók meghatározása. Ezeket az együtthatókat a kezdeti feltételből kaphatjuk meg úgy, hogy a $T(t=0,r)\equiv\Phi(r)$ függvényt sorbafejtjük a

$$\phi_m=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\;\frac{\sin(\lambda_m r)}{\lambda_m r}$$

sajátfüggvények szerint; ami analóg a Bessel-függvények szerinti sorfejtéssel:

$$\Phi(r)=\sum_m A_m\phi_m=\frac{1}{\sqrt{r}}\sum_m \frac{A_m}{\sqrt{\lambda_m}}J_{1/2}(\lambda_m r). \qquad (28)$$

Az A_m együtthatókat az ortogonalitási feltételből kapjuk [12,13]:

$$A_m=\frac{2\cdot\sqrt{\lambda_m}}{\{R\cdot J_{3/2}(\lambda_m R)\}^2}\int_0^R r\Phi(r)J_{1/2}(\lambda_m r)\,dr. \qquad (29)$$

A (28) szerinti sor $0<r<R$ esetén akkor konvergens, ha $\Phi(r)$ eleget tesz a Dirichlet-feltételnek, azaz ha: véges $[a,b]$ intervallumon értelmezett $\Phi(r)$ esetén az $[a,b]$ intervallumot véges sok részintervallumra oszthatjuk fel úgy, hogy $\Phi(r)$ minden részintervallumban monoton. Felhasználva a 3/2 indexű Bessel-függvény következő kifejezését [14]:

$$J_{3/2}(z)=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\left(\frac{\sin z}{z\sqrt{z}}-\frac{\cos z}{\sqrt{z}}\right), \qquad (30)$$

a (27), (29), (30)-ból a hűlő gömb hőmérsékletfüggvénye a következő lesz:

$$T(r,t)=\frac{2}{R^2}\sum_m\left\{\frac{\sin(\lambda_m R)}{\lambda_m R\sqrt{\lambda_m R}}-\frac{\cos(\lambda_m R)}{\sqrt{\lambda_m R}}\right\}^{-2}\cdot$$
$$\cdot\frac{\sin(\lambda_m r)}{\lambda_m r}\exp(-D\lambda_m^2 t)\cdot\int_0^R\sqrt{r}\Phi(r)\sin(\lambda_m r)\,dr. \qquad (31)$$

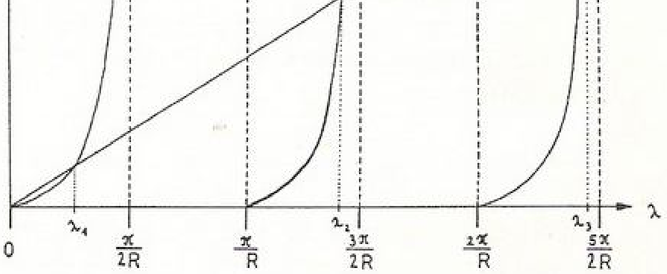
Bevezetjük a következő jelöléseket:

$$F(R\lambda_m)=\int_0^R\sqrt{r}\Phi(r)\sin(\lambda_m r)\,dr, \qquad (32)$$

$$\tau_m=\frac{c\rho}{k\cdot\lambda_m^2}. \qquad (33)$$

A (26) sajátértékegyenletnek léteznek negatív gyökei is, de ezeket nem értelmezhetjük a (31)-ben szereplő $\sqrt{\lambda_m R}$ miatt. Így tehát m pozitív egész, az összegzés $m=1$-től $m=\infty$-ig tart (31)-ben. A továbbiakban számunkra a gömb felszíni hőmérséklete a fontos, ezért (2), (31), (32) felhasználásával:

$$T(R,t)=\frac{2}{R^2}\sum_{m=1}^{\infty}\left\{\frac{\sin(\lambda_m R)}{\lambda_m R\sqrt{\lambda_m R}}-\frac{\cos(\lambda_m R)}{\sqrt{\lambda_m R}}\right\}^{-2}\cdot$$
$$\cdot\frac{\sin(\lambda_m R)}{\lambda_m R}\exp(-t/\tau_m)\cdot F(\lambda_m R). \qquad (34)$$



1. ábra A homogén, izotróp gömb hűlési folyamata sajátérték-egyenletének grafikus megoldása. A $\mathrm{tg}(R\lambda)$ függvény esetében csak a $\mathrm{tg}(R\lambda)\geq 0$ ágakat ábrázoltuk

Vegyük észre, hogy a (33) szerinti kifejezés relaxációs idő jellegű.

Az 1. ábra mutatja a (26) sajátértékegyenlet grafikus megoldását. A (34)-ből látható, hogy a T(R,t) felszíni hőmérsékletet kifejező végtelen sor m-edik tagja a (33) szerinti τ_m idő alatt eltűnik. Minél nagyobb az m, az 1. ábrán láthatóan annál nagyobb a λ_m sajátérték, s annál kisebb a hozzátartozó τ_m relaxációs idő. Így tehát a leglassabban a λ_1 sajátértékhez tartozó tag tűnik el. Ebből következik, hogy $\tau_1 > t >_2 > \tau_3 > \ldots$ esetén a (34) szerinti végtelen szummát jól közelíthetjük egyetlen taggal, méghozzá a λ_1 sajátértékhez tartozó sajátfügvénnyel:

tehát $\tau_1 > t > \tau_2$,

$$T(R,t) \approx \frac{2\sin(\lambda_1 R)\cdot F(R\lambda_1)}{R^3\lambda_1}\left\{\frac{\sin(\lambda_1 R)}{\lambda_1 R\sqrt{\lambda_1 R}} - \frac{\cos(\lambda_1 R)}{\sqrt{\lambda_1 R}}\right\}^{-2}\cdot$$

$$\cdot\exp(-t/\tau_1) \equiv \frac{G(\lambda_1 R)}{R^2}\exp(-t/\tau_1). \tag{35}$$

A (35)-ből kifejezve az időt, adódik

$$t \approx \tau_1 \cdot \ln\left\{\frac{G(\lambda_1 R)}{R^2 T(R,t)}\right\}^{-2}. \tag{36}$$

5. A Föld korának meghatározása a Buffon–Fourier–Kelvin-féle kihűlési modell alapján

Buffon, Fourier és Kelvin a Földet egy homogén, izotróp gömbbel modellezte, amely kialakulása utáni forró állapotából hűlt le mostani állapotába hővezetéssel és a környezetének való hőátadással. Így az előbb elvégzett számításainak alapján (36)-ból meg lehet becsülni a Föld korát a modell keretein belül, ha T(R,t) helyébe a Föld jelenlegi felszíni hőmérsékletének átlagát, T_0-t helyettesítjük, s valamilyen $\Phi(r)$ kezdeti gömbszimmetrikus hőmérsékleteloszlást veszünk.

A (36) csak akkor érvényes, ha a Föld korára kapott t^* időre fennáll, hogy $\tau_1 > t^* > \tau_2$. A τ_1-et és τ_2-őt (33)-ból meghatározhatjuk, s ha teljesül az előző feltétel, akkor nem jutunk ellentmondásra a modellen belül. Előfordulhat azonban, hogy nem teljesül a szóbanforgó feltétel, hanem a $\tau_1 > \tau_2 > \ldots > > \tau_l > t^* > \tau_{l+1} > \ldots$ eset áll fenn. Ebben az esetben t^*-ot nem (36)-ból kell meghatározni, hanem a (35) szerinti sor l-edik tagjáig kell elmennünk, tehát a Föld felszíni hőmérsékletét a következővel kell közelítenünk:

$$T_0 = T(R,t^*) \approx \sum_{m=1}^{l}\frac{G(\lambda_m R)}{R^2}\exp(-t^*/\tau_m). \tag{37}$$

A (37)-ből az időt analitikusan nem lehet kifejezni, így numerikus megoldáshoz kell folyamodnunk. Célszerű a leggyorsabban konvergáló Newton-féle érintőmódszert használnunk, azaz a (37) átrendezésével nyert

$$H(R,t^*) = T_0 - \sum_{m=1}^{l}\frac{G(\lambda_m R)}{R^2}\exp(-t^*/\tau_m) = 0 \tag{38}$$

egyenlet t^* zérushelyének egyre pontosabb közelítéseit a következő rekurzióval határozzuk meg:

$$t^*_{i+1} = t^*_i - \frac{H(R,t^*_i)}{\dfrac{\partial H(R,t^*_i)}{\partial t^*_i}}, \tag{39}$$

a (38)-ból:

$$\frac{\partial H(R,t^*)}{\partial t^*} = \sum_{m=1}^{k}\frac{G(\lambda_m R)}{R^2\tau_m}\exp(-t^*/\tau_m). \tag{40}$$

Ha (39), (40) alapján numerikusan meghatározzuk a Föld t^* korát, s teljesül rá $\tau_l > t > \tau_{l+1}$, akkor jó a becslésünk, ha ellenben nem teljesül, akkor újra módosítani kell T(R,t) véges tagú sorral való közelítését az előzőek alapján mindaddig, míg önellentmondásmentes eredményre nem jutunk.

A Föld R sugara ismert, és ismerjük a Föld kérgét alkotó kőzetek k hővezetési tényezőjét is (később megmutatjuk, miként lehet könnyen k-t meghatározni), ezek alapján egy hozzávetőleges, átlagos hővezetési együtthatót tudunk megbecsülni. Ugyancsak tudjuk meghatározni a Föld átlagos sűrűségét is. Így ha a Föld h hőátadási tényezőjét ismerjük, akkor a (26) transzcendens sajátértékegyenletet numerikusan, a Newton-féle érintőmódszerrel, a

$$\lambda_{i+1} = \lambda_i - \frac{\operatorname{tg}(R\lambda_i) - \dfrac{kR\lambda_i}{k-Rh}}{\dfrac{R}{\cos^2(R\lambda_i)} - \dfrac{kR}{k-Rh}} \tag{41}$$

rekurzióval megoldjuk, akkor a modell keretein belül meg tudjuk becsülni a Föld korát az előbb leírtak szerint.

A h hőátadási tényező megbecslése azonban problematikus, ugyanis a Föld hőenergiájának a Világűrbe való leadása bonyolult sugárzási folyamat. A hőátadás egyrészt közvetlen kisugárzás útján történik, másrészt pedig a kisugárzott elektromágneses hullámoknak a légkörben való abszorpciója, ill. a belső hőenergia légkörnek (hővezetéssel, konvekcióval) való hőátadása után a légkör saját kisugárzásával. Végső soron tehát a Föld sugárzással adja le belső hőenergiáját a Világűrnek, azaz a Stefan-Boltzmann-féle sugárzási törvény, mint peremfeltétel a reális:

$$-k\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_R = \sigma T(R,t)^4, \tag{42}$$

ahol $h = \sigma$ a sugárzási együttható, amely megegyezik a Stefan-Boltzmann-állandóval, ha a Föld az előbb említett kisugárzási mechanizmus szempontjából abszolút fekete testként kezelhető.

A (42) peremfeltételt összevetve (8)-cal, $p = 4$-re jutunk, viszont a Fourier-II. egyenlet szeparációs megoldása csak $p = 1$ esetén megy. A valóságot jobban megközelítő $p = 4$ esetben jóval bonyolultabb az analitikus megoldás [22, 23].

Mivel a Stefan-Boltzmann-féle sugárzási törvényt 1878–1884 között fedezték fel, ezért Buffon semmi esetre sem ismerhette azt, Fourier pedig nem használhatta még fel a XIX. század elején elvégzett földkor-számításához. Kelvin azonban már ismerte, de mégis a $p = 1$ esetre végezte számításait ő is [1]. Ez érthető, hiszen, mint láttuk, Kelvin is a laboratóriumi hűlési kísérleteket extrapolálta a Földre úgy, hogy a h hőátadási tényezőt a Newton-féle lehűlési törvényből ($p = 1$) becsülte meg levegő környezetre. Nyilván úgy gondolta, hogy jó ez az extrapoláció, hiszen a Földet is egy gázburok, légkör veszi körül.

A Föld korának Buffon–Fourier–Kelvin-féle kihűlési modell alapján történő megbecslése tehát h becslésétől függ, amely nagyfokú bizonytalanságot rejt magában. Éppen ezért merésznek kell mondanunk Buffon azon tettét, hogy év pontossággal határozta meg a Föld korát (74 832 év). Ez azonban érthető, ha figyelembevesszük, hogy akkoriban a bibliai világkép is évre pontosan megadta a teremtés dátumát (4004) valamint a teológusok azon vitatkoztak, hogy melyik hónapban következett be az özönvíz. Fourier és Kelvin már óvatosabb volt, ők millió év pontossággal számoltak, de a h megbecslésében való bizonytalanságot mutatja, hogy Kelvin később módosította a Föld általa számított korát (40-ről 24 millió évre).

Azzal zárhatjuk le fejtegetéseink sorát, hogy Buffon, majd később Fourier és Kelvin – nem ismerhetvén a radioaktív bomlásból származó földi belső hőforrást – koruk tudománya szintjén egzaktul oldották meg a Föld kihűlésének problémáját, s határozták meg ennek alapján a Föld korát. Nem véletlen hát, hogy oly sokan hittek ezeknek az egzakt, "megtámadhatatlan" eredményeknek. Lamarckot, Darwint és más evolucionistákat joggal bánthatta a Buffon–Fourier–Kelvin-féle és a paleontológiai, evolúciós megfontolásokból következő földkor közti ellentmondás.

6. *A napsugárzás hatása a Föld hűlésére*

Eddig azt az esetet tárgyaltuk, mikor semmiféle külső és/vagy belső hőforrás nem volt. Most megvizsgáljuk azt az esetet, mikor figyelembe vesszük a Nap sugárzását. Ez lényegében egy periodikus felszíni energiabetáplálás, eltekintve az időjárási effektusoktól (felhőzet). A besugárzás ingadozása jól modellezhető úgy, hogy gömbünk felszíni hőmérsékletét az idő periodikus függvényének tekintjük. A periódusidő 1 nap, ill. 1 év attól függően, hogy a napi vagy az évi ingadozást tekintjük. Az egyszerűség kedvéért eltekintünk a felszíni hőmérsékletnek a földrajzi helytől való függésétől. A hűlő gömb felszíni hőmérséklete tehát legyen:

$$T_f(t) = B\cos(\omega t). \tag{43}$$

Vizsgáljuk csak a Föld vékony felszíni rétegét (látni fogjuk, hogy a napsugárzásnak úgyis csak egy nagyon vékony felszíni réteg hőháztartására van befolyása); ilyen esetben a tárgyalás egydimenziós lehet. [13] szerint a felszín alatt x mélységben, a t időben a hőmérséklet:

ahol

$$T(x,t) = -\frac{1}{2a\sqrt{\pi t}} \cdot \int_0^\infty \exp\left(-\frac{\sqrt{\omega}}{a\sqrt{2}}\xi\right) \cdot \cos\left(\frac{\sqrt{\omega}\,\xi}{a\sqrt{2}}\right) \left\{\exp\left[-\frac{(\xi-x)^2}{4a^2t}\right] - \exp\left[-\frac{(\xi+x)^2}{4a^2t}\right]\right\} d\xi +$$

$$+ B\cdot\exp\left(-\frac{\sqrt{\omega}}{a\sqrt{2}}x\right)\cdot\cos\left(\omega t - \frac{\sqrt{\omega}}{a\sqrt{2}}x\right) = T_1 + T_2,$$

$$a = \sqrt{\frac{k}{c\rho}} \tag{44}$$

A (44)-ben a T_1 tag tranziens jelenséget ír le, mert látható, hogy megfelelően nagy idő elteltével eltűnik, így a (43) szerinti felszíni hőmérsékletet előidéző periodikus besugárzás kezdetétől kellően hosszú idő múlva a T_2 tag a domináns, amely olyan haladó harmonikus hőmérséklethullámot ír le, aminek terjedési sebessége $(2k\omega/c\rho)^{1/2}$, amplitúdója pedig a mélység (x) növekedtével exponenciálisan csökken. Az az L karakterisztikus hossz, amilyen mélyen már nem észlelhető gyakorlatilag a felszíni hőmérsékletingás:

$$L = \sqrt{\frac{2k}{c\rho\omega}}. \tag{45}$$

A hőmérséklethullámok fázisa (44)-ből láthatóan

$$\Delta\phi = \sqrt{\frac{k\omega}{2c\rho}}\,x, \tag{46}$$

ennyivel különbözik a felszíni hőmérsékletingadozásától. A (45) vagy (46) alapján meghatározható a felső földrétegek k hővezetési együtthatója. A (45) szerint ω, c, ρ ismeretében csak azt a L mélységet kell megmérnünk, ahol már nem mutatható ki a hőmérsékletingás; (46) szerint pedig valamely x mélységben kell megmérni a $\Delta\phi$ fáziseltolódást, s ezekből k kiszámítható. Az éves, ill. a napi hőmérsékletingásra a szóbanforgó L karakterisztikus hossz [15]:

$$L_{\text{évi}} \approx 10\text{ m}, \qquad L_{\text{napi}} \approx 0{,}5\text{ m}.$$

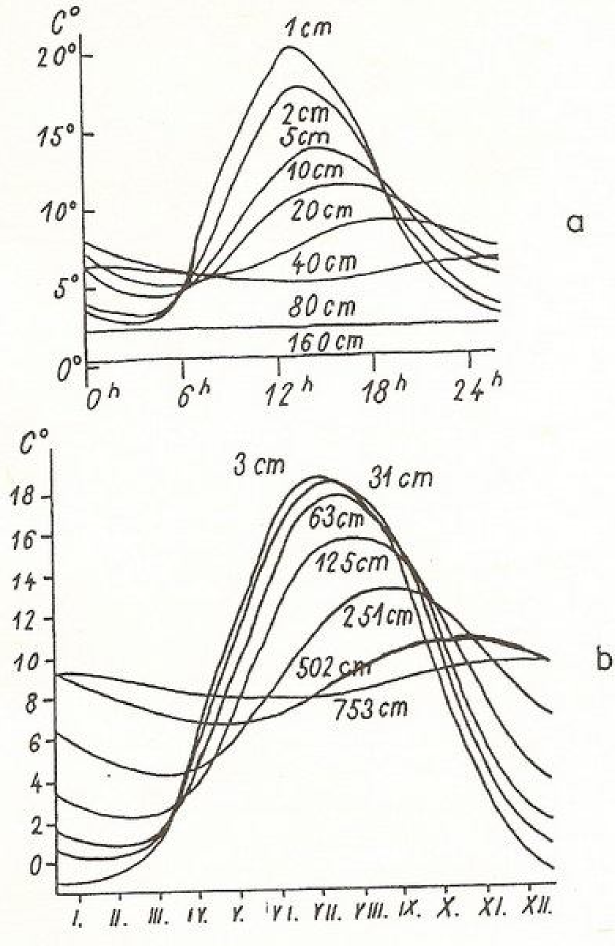
Érdekes, hogy a kisebb frekvenciájú hőmérsékletingadozások nagyobb mélységre terjednek, mint a nagyobbak (lásd (45)-t). Ez az oka annak, hogy $L_{\text{évi}} > L_{\text{napi}}$ (lásd a 2. ábrát).

Végezetül határozzuk meg a felszínen áthaladó

$$\frac{dQ}{dt} = -k\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=0}$$

hőáramsűrűséget. A (44) T_2 tagjából:

$$\frac{dQ}{dt} = B\sqrt{kc\rho\omega\cos}\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right) \tag{48}$$



2. ábra A hőmérséklet napi a. és évi b. ingadozása a felszín alatti mélység függvényében a talajban [15]

A felszín által felvett, ill. a másik fél periódusban leadott hőmennyiség:

$$Q_{1/2} = 2B\sqrt{\frac{kc\rho}{\omega}}. \tag{49}$$

Mivel $\frac{dQ}{dt}$ időátlaga zérus, ezért azt mondhatjuk, hogy a fél periódus alatt felvett hőmennyiséget a másik fél periódus alatt le is adja a felszín. Így tehát a napsugárzás egyrészt csakis egy nagyon vékony felszíni réteg hőháztartására van befolyással, másrészt pedig az ezen vékony réteg felvette hőmennyiség időátlaga zérus. Mindebből következik, hogy a Föld kihűlését a napsugárzás nem befolyásolja (nem lassítja), vagyis modellünkben joggal tekintettünk el tőle.

Buffon, Fourier és Kelvin a Föld jelenlegi felszíni hőmérsékletének ismeretében és egy feltételezett kezdeti hőmérsékleteloszlásból határozták meg a Föld korát a hűlő gömbmodell alapján. A napsugárzás előbb vizsgált felszíni hatása ismeretében nyilvánvaló, hogy ezen számítások során nem a tényleges felszíni hőmérsékletet kell alapul vennünk. A napsugárzásból származó beeső hőáramsűrűség ugyanis ~1000-szer nagyobb a földi hőáramsűrűségnél, ezért a felszíni hőmérsékletet döntően a napsugárzás határozza meg. Mivel azonban periodikus a napsugárzásból eredő energiabetáplálás, ezért csak a (45) szerinti L mélységig haladnak az ebből származó hőhullámok (látható (45)-ből, hogy ha nem periodikus lenne a napsugárzásból származó energiabevétel, hanem állandó, akkor $\omega=0$ miatt $L=\infty$ lenne, s ekkor már a földi hőáramot 1000-szeresen felülmúló napsugárzási fluxus lassítaná a Föld kihűlését). Így tehát, mikor a felszíni hőmérsékletét akarjuk megállapítani a Földnek, a földkor hűlő gömbmodellből való kiszámításához, nyilván ezen karakterisztikus L mélység alatt kell mérnünk a talajréteg hőmérsékletét, mert ekkor nem a napsugárzás, hanem a tényleges földi belső hőáramok által meghatározott hőmérsékletértéket kaphatjuk meg. Az így mért T_0-ból (36) vagy (37) alapján, ismerve, hogy Buffon, Fourier és Kelvin mit hozott ki a Föld korára, vissza tudunk következtetni arra, hogy mekkorának vették a Föld h hőátadási tényezőjét.

7. *A Föld mai ismereteink szerinti tényleges hőtörténete és kora*

A Föld korának Buffon–Fourier–Kelvin-féle megközelítése egy fontos körülményt elhanyagol, nevezetesen egy belső hőforrás létét. Ez persze tudománytörténetileg érthető, hiszen Rutherford csak 1904-ben fedezte fel, hogy a radioaktív bomlás jelentős energiaforrás lehet. Rutherford felismerte, hogy a Föld belsejében előforduló radioaktív elemek bomlásából származó hőmennyiség lassítja a Föld hűlését, így a földkor jóval kitolódik a Buffon, Fourier és Kelvin által számított értékeknél. Rutherford mindezt ki is fejtette 1907-ben egy előadáson, amin Kelvin is jelen volt. Erről így számolt be később [1]:

"Amint beléptem a szobába, azonnal felfedeztem Lord Kelvint a hallgatóság soraiban, és megállapítottam, hogy előadásom utolsó részénél bajban leszek, mert a Föld korára vonatkozó nézeteim nem egyeznek az övével. Megkönnyebbülésemre Kelvin elaludt, ám ahogy a kritikus helyhez értem, az öreg felegyenesedik, kinyitja szemét, és baljós pillantást vet rám. Hirtelen ötlettől vezettetve azt mondtam, hogy Lord Kelvin a Föld korára vonatkozó becslését csak akkor tartotta érvényesnek, ha nem fedezünk fel egy új energiaforrást. És íme, az öregúr sugárzó arccal nézett rám."

A földi hőáramok szempontjából fontos a Föld hővezetőképességének mélység szerinti alakulása. Valójában k nem állandó, mint modellünkben feltételeztük, hanem Lubimova megmutatta, hogy a földi hővezetési együttható a mélységgel eleinte csökken, ~100 km-nél éri el a minimumot, ezután újra növekszik [15, 16]. A Föld köpenyében és a magkülsőben a hővezetés mellett jelentős még a konvekciós hőtranszport is (gondoljunk az asztenoszférikus áramlásokra, amelyek eredménye a lemeztektonika).

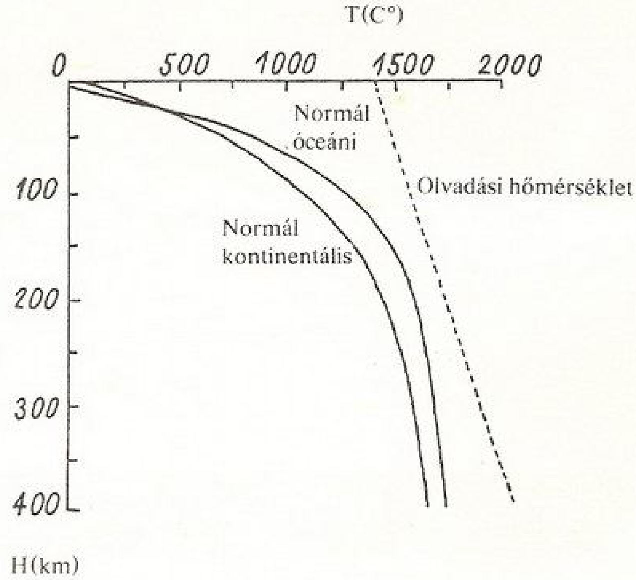
A földi hőáramot közvetlenül mérni nem lehet, hanem a Fourier-I. egyenletből lehet kiszámítani a hőmérsékletgradiens és a hővezetési tényező ismeretében. A standard eljárás szerint fúrólyukakban mérik a grad(T)-t, és a laboratóriumokban meghatározzák a fúrási magminták hővezetési együtthatóját. Az elvégzett földi hőárammérések alapján kiderült, hogy a kontinentális és az óceáni területekre vonatkozó hőáramértékek átlaga megegyezik és a hőáramok korrelációt mutatnak a geológiai szerkezettel [15, 17, 18], azaz a tektonikailag aktív területeken (pl. az óceáni hátságokon) nagyobb a hőáram, mint a nyugodtakon (pl. pajzsokon, óceáni medencéken). Ha meghatározzuk az egy évi földi hőáramból származó energiaveszteséget, akkor arra az eredményre jutunk, hogy az ~1000-szerese a földrengések során évente felszabaduló összenergiának [5]. Ez, valamint a hőáram és a tektonikai aktivitás közti korreláció arra utal, hogy a földbelső fizikai folyamataihoz szükséges energiát főleg a Föld belső hőenergiája biztosítja.

A Föld hőtörténetére kidolgozott elméletek szorosan összefüggnek a geogóniai — földkeletkezési — elméletekkel. Nyilván más kezdeti földi hőmérsékleteloszlást kell feltételeznünk, ha az Urey-féle hideg, planetezimálisokból való összenövekedéses geogóniai modellt vesszük alapul [19], és mást, ha a Ringwood-féle forró anyagos geogóniát [20]. A legelfogadottabb modellszámítások alapján a Föld hőtörténete röviden a következő [15, 16, 18].

A Földet keletkezése után a radioaktív hőtermelés felmelegítette, de teljesen sohasem olvasztotta meg. A radioaktív elemek a felsőbb övekbe koncentrálódtak később, amit onnan tudunk, hogy ha a Föld térfogatának egészében akkora koncentrációban fordulnának elő a radioaktív elemek, mint jelenleg a külsőbb övekben, akkor oly nagy lenne a fejlődő energia, hogy a Föld teljes tömegében megolvadna. A külső övek a radioaktív elemek itteni felhalmozódása következtében részlegesen vagy teljesen megolvadtak, a legkülső övek azonban az intenzív hőkisugárzás miatt megszilárdultak és létrehozták a Föld belső övei körül egy rossz hővezető burkot. Ezért a földtörténet során a belső részek hőmérséklete nem csökkent, inkább nőtt.

A Föld jelenlegi hőmérséklet-mélység függését *3. ábránk* mutatja [15, 21] normál kontinentális és óceáni területek alatt. A számítások és a laboratóriumi mérések alapján a földköpeny és a mag határán, ~2900 m mélységben a Föld hőmérséklete eléri maximumát, ~4000 °C-ot. A mag jó hővezetőképessége miatt ezen mélységtől a Föld centrumáig a hőmérséklet lényegesen nem emelkedhet. A földmag külső burka folyékony, amit a transzverzális földrengéshullámok elhalása bizonyít, de a magbelső szilárd. A köpeny-mag határon az anyagok olvadáspontja 4000—5000 °C, míg a magkülsőt alkotóké ennél kisebb. Ez az oka, hogy a magkülső folyadékszerűen viselkedik. A magbelsőben az olvadáspont megint 4000 °C fölötti, így az szilárd [15, 18, 21].

Látható hát, hogy a radioaktív bomlásból eredő belső földi hőforrás léte döntően meghatározza a



3. ábra A Föld hőmérséklete a mélység függvényében normál kontinentális és óceáni területek alatt [15,21]

Föld hőtörténetét, és az egészen máshogyan alakult, mint a Buffon—Fourier—Kelvin-féle belső hőforrásnélküli hűlő gömbmodellnél. Nem csoda hát, ha a Föld kora a Patterson által kidolgozott, a radioaktív bomlásokra és bizonyos meteoritokbeli ősólomtartalom meghatározására épülő eljárás szerint a Buffon—Fourier—Kelvin által számított értékeknél több nagyságrenddel nagyobbnak adódott [15]: $t^* = 4550 \pm 70$ millió év. Ez az időadat a Fourier-féle 200 millió éves földkort több mint 20-szor, a Kelvin-féle 24 millió évest majdnem 200-szor, a Buffon-féle ~75 000 évest ~60 000-szeresen múlja felül. Ekkora földkor már elegendő a paleontológusoknak és evolucionistáknak, így végül is győzedelmeskedett a paleontológiai, biológiai intuíció.

IRODALOM

[1] Jastrow, R.: Vörös óriások és fehér törpék (A csillagok keletkezésétől az élet kialakulásáig), Gondolat Könyvkiadó, Bp., 1976., 195.

[2] Géczy B.: Lamarck és Darwin, Magvető Kiadó, Bp., 1982., 171.

[3] A Föld és fejlődéstörténete, Gondolat Könyvkiadó, Bp., 1975., 1056.

[4] Benedek I.: Lamarck és kora, Gondolat Könyvkiadó, Bp., 1963., 334.

[5] Brush, S. G.: Statistical Physics and the Atomic Theory of Matter from Boyle and Newton to Landau and Onsager, Princeton Univ. Press, Princeton-New Jersey, 1983, p. 81—82.

[6] Dortous de Mairan, J. J.: Sur la cause générale du froid en hiver, & de la chaleur en été. Mémoires de Mathématique et de Physique tirés des Registres de l'Académie Royale des Sciences de l'Année MDCCXIX, 35—104., 1719.

[7] Buffon, G. L. L.: Introduction á l'Histoire des Minéraux. Paris, Oeuvres Complétes de Buffon, ed.: M. Floureus, nouv.ed.; t.9. Paris: Garnier Fréres, n.d., 1774.

[8] Bailly, J. S.: Lettres sur l'Origine des Sciences, London-Paris, 1777.

[9] Davies, G.: The Earth in Decay, London: MacDonald, 1969.

[10] Fourier, J. B. J.: Oeuvres de Fourier, t.2. Paris: Gauthier-Villars, *2*, 114, 1890.

[11] Fourier, J. B. J.: Mémoire sur le refroidissement séculaire du globe terrestre. Annales de Chimie, *13;* 37–418., 1819.

[12] Frank-Mises: A mechanika és fizika differenciál- és integrálegyenletei I., Műszaki Könyvkiadó, Bp., 1966., 1013.

[13] Frank-Mises: A mechanika és fizika differenciál- és integrálegyenletei II., Műszaki Könyvkiadó, Bp., 1967., 1176.

[14] Korn, G.A.–Korn, T. M.: Matematikai kézikönyv műszakiaknak, Műszaki Könyvkiadó, Bp., 1975., 995.

[15] Horváth F.: A szilárd Föld fizikája, Tankönyvkiadó, Bp., 1979., (ELTE TTK jegyzet), 290.

[16] Lubimova, E. A.: Temperature and heat processes in the Earth's interior. In: Runcorn, S. K. (editor): Int. Dict. Geophys. I–II., Pergamen Press, Oxford–London–New York, 1967, p. 1518.

[17] Herzen, R. P.; and Lee, W. H. K.: Heat flow in oceanic regions. In: Geophys. Monograph, 13, American Geophys. Un., Washington D. C., ed. by Prembroke, J. H., 1969.

[18] Juhász Á.: Földünk belső melegének kérdéséhez, Természet Világa, *112,* 44 (1981).

[19] Urey, H. C.: The origin and evolution of the solar system. In: Space Science, ed. by D. P. Le Galley, Wiley, 1963, p. 123–168.

[20] Ringwood, A. E.: Chemical evolution of the terrestrial planets., Geochim. Cosmochim. Acta, *30,* 41 (1966).

[21] Herzen, R. P.: Surface heat flow and some implications for the mantle. In: The Earth's Mantle, ed. by Gaskell, T. I., Academic Press, London, 1967.