BINOKULÁRIS FERDE PILLANTÁS A VÍZFELSZÍNEN ÁT

A vízfelületen túli világ fénytöréstől torzult bonyolult szerkezete, avagy egy klasszikus optikai probléma helytelen megoldásairól és azok kijavításáról

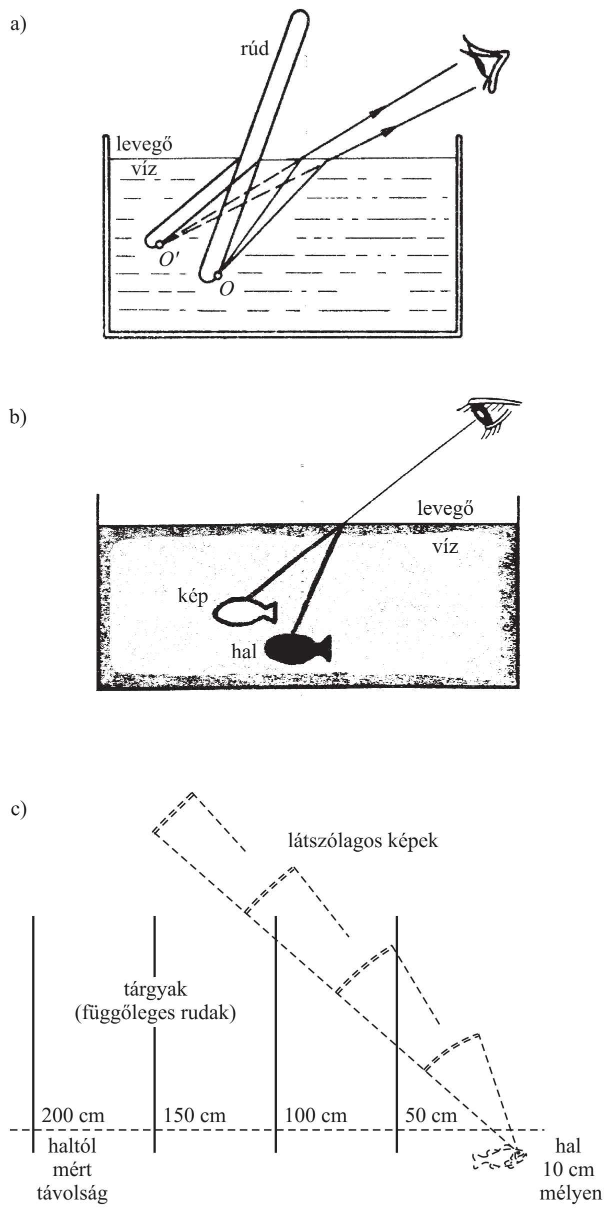
Horváth Gábor, Barta András, Buchta Krisztián
ELTE, Biológiai Fizika Tanszék, Budapest
Varjú Dezső
Eberhard Karls Egyetem, Kognitív Neurotudományi Tanszék, Tübingen

Egy klasszikus geometriai optikai probléma helytelen megoldásairól

Mind a középfokú, mind pedig a felsőfokú oktatásban, éppen úgy a múltban, mint a jelenben állandóan fölütötte, illetve fölüti a fejét az a klasszikus geometriai optikai probléma, hogy hol látja a vízbeli halat egy levegőbeli megfigyelő. A régmúltból például *Bolyai Farkas* 1846/47. tanévi, *Szász Károly*nak föltett, 13. optikai vizsgakérdése említhető [1]: *„Mi történik, ha az átlátszó gátollya a világosságot, és mi a refractio törvénye? … A pisztrángot ott irányozza-e a szigonnyal a mokány, ahol látszik?”* E kérdésben az „átlátszó” üveget, a „refractio” fénytörést, a „világosság” fényt, a „mokány” pedig hegyvidéki román embert jelent. Az már a régmúlt homályába veszett, hogy mit is fogadott el helyes válasznak Bolyai Farkas, illetve hogy mit válaszolt a tanuló.

Az iskolában megtanultuk, hogy az emberi látórendszer mélységérzékelésének az az alapja, hogy a tárgyakat egyik szemünkkel kicsit eltérő irányból és máshogyan észleljük, mint a másikkal. Ha egy végtelen távoli tárgyat két szemmel (binokulárisan) nézünk, akkor szemeink optikai tengelyei párhuzamosak, a tárgy fokozatos közeledtével pedig e tengelyek közti szög egyre nő. Agyunk a tárgyról a két retinánkon kialakuló képek közti apró eltérésekből, a szemtengelyeink egymáshoz képesti szögéből, valamint a szemlencséink akkomodációjából következtet a tárgy távolságára.

Az iskolai fizikaórákról emlékezhetünk még arra az egyszerű optikai kísérletre, melyben egy vízzel teli pohárba egy rudat merítettünk. Ha megfelelő irányból néztünk a pohárba, úgy tűnt, mintha a rúd a víz felszínénél megtört volna, és így két részből állt volna, melyek valamilyen szöget zártak be egymással (*1.a ábra*). Ha azonban kihúztuk a vízből a rudat, megbizonyosodhattunk arról, hogy az sértetlen maradt. E közismert látvány magyarázatát az az optikai jelenség adja, hogy különböző optikai törésmutatójú átlátszó közegek határán áthaladva a fény útja megtörik a jól ismert Snellius–Descartes-féle fénytörési törvényt követve. Szokásos fejtartás mellett a rúd bármely, víz alatti pontjának képe ott keletkezik, ahol a pontból kiinduló és a két szembe érkező fénysu-



1. ábra. Levegőből nézett víz alatti tárgyak (a: [7], b: [9]), illetve vízből nézett levegőbeli tárgyak (c: [11]) binokuláris képeinek helytelen ábrázolásai.

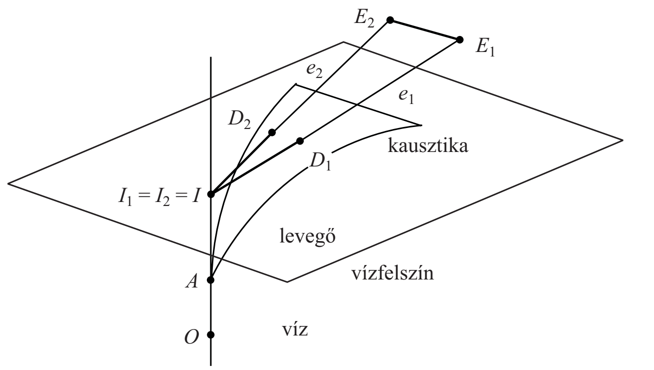
garak víz fölötti megtört szakaszainak visszafelé meghosszabbított egyenesei metszik egymást. E metszéspont helye eltér a tárgypont helyétől, s ez okozza azt a látszatot, mintha a rúdban törés lenne a vízfelszínnél.

De vajon hogyan torzul a fénytöréstől egy levegőbeli megfigyelő víz alatti látóterének szerkezete, ha a két szemet összekötő szakasz nem párhuzamos a víz felszínével, mint általában, szokásos fejtartás mellett? Miként látja egy víz alá merülő búvár vagy állat a víz fölötti világot, ha tetszőleges irányban elfordítja a fejét? E kérdéseket geometriai optikai számításokkal válaszolhatjuk meg, sokszor csak számítógép segítségével. A mindennapi életben hasonló jelenséggel találkozhatunk, mikor például csónakázás közben a tó fenekét nézzük, vagy egy úszómedencében a víz alól figyeljük az úszócsarnok mennyezetét, illetve mikor egy akvárium vízi világában gyönyörködünk [2]. A levegőből halakra lecsapó madarak (például gémek), valamint a vízből levegőbeli rovarokra vadászó halak (például lövőhalak), ugyanezzel az optikai problémával állnak szemben, s bizony hamar éhen halnának, ha nem vennék figyelembe a binokuláris látóterük vízfelszíni fénytörés miatti torzulását.

Érdekes módon az optikai irodalomban mind ez ideig senki sem vette a fáradságot, hogy kiderítse, miként is fest a vízfelszínen túli, fénytöréstől torzult világ szerkezete általános esetben, mikor a szemek a vízfelülethez képest ferdén helyezkednek el. Mi pótoltuk e hiányosságot [3, 4]. A címbeli *ferde* pillantás tehát nem átvitt értelemben, hanem *szó szerint* értendő. A szakirodalom tanulmányozása során meglepve tapasztaltuk, hogy többnyire még a legszínvonalasabb optikai/fizikai tankönyvekben is [5–10] helytelenül vagy hiányosan oldották meg azt a klasszikus optikai problémát, hogy hol látja egy levegőbeli megfigyelő a víz alatti tárgyat, illetve hol látszik egy levegőbeli tárgy a víz alól nézve. Cikkünk végén röviden kitérünk a leggyakoribb hibákra és azok kijavítására is.

Ha sokszor még a szakma sem ismeri a szóban forgó probléma helyes megoldását [5–11], akkor nem csodálkozhatunk azon, hogy a fizikus egyetemi hallgatók is hibás válaszokat adnak arra a kérdésre, hogy hol látszik egy víz alatti tárgy a levegőből két szemmel nézve. Nemrég akkor tapasztalhattuk ezt, mikor kijavítottuk az ELTE TTK Fizikus Diákköre, a Magyar Fizikus Hallgatók Egyesülete és az Eötvös Loránd Fizikai Társulat 2003-ban 34-ik alkalommal meghirdetett (ezúttal immár hatodszor nemzetközi) Ortvay Rudolf Fizikai Feladatmegoldó Verseny 42. feladatát.[1] E versenyen minden hazai és külföldi egyetemi hallgató indulhatott. A beadott megoldások közül kettő kivételével (melyek szerzői, B.A. és B.K. egyben a jelen dolgozat, továbbá a [3] és [4] cikkeink társszerzői is) sajnos mind rossz volt. Mindez jól mutatja, hogy e klasszikus geometriai optikai probléma nem is annyira egyszerű, mint első pillantásra látszik. Számításainkkal tisztáztuk a probléma általános elméletét, cikkünkben főbb eredményeinket foglaljuk össze. Akiket a geometriai optikai és számítástechnikai részletek is érdekelnek, azok elmélyülhetnek a [3, 4, 12–14] közleményeinkben.

[1] A 2003. évi 42. Ortvay-feladat: A koncentrikus korallzátony-gyűrűkkel övezett, kókuszpálmáiról nevezetes Focus-sziget közelében, a kristálytiszta víz fenekén hever fényes pályafutása után bekövetkezett legendás hajótörése óta Félfejű Joe, a rettegett kalózkapitány háromárbocos hajója, a *Szent Snellius*. A messewani egyetem híres kutatója, J.B. Curcas, az atlantiszi csillagvizsgáló közismert felfedezője (lásd az 1991. évi Ortvay-verseny 25. feladatát) és asszisztense, Lee ben Canal szeretné felkutatni a kapitány kincsét. Repülőgépük állandó magasságban, egyenes vonalban halad a tenger felett. A két kincskereső kidülledt szemekkel fürkészi a tükörsima vízfelszín alatt velük szembe száguldó tengerfeneket. Egyszer csak messze maguk előtt megpillantják az elsüllyedt hajót. De az első öröm után Lee ben Canal halálra váltan felsikolt: „Uram Isten, megmozdult!” És valóban: az elképedt kutatók szeme láttára a kalózhajó furcsa mozgásba kezd … Legalábbis így olvastuk a történteket a messewani egyetemről érkezett, kissé gyűrött, és ezért nehezen kisilabizálható e-mailben. Hát ezért maradt el a kincs kiemelése, és ezért nem ajánlhatják fel a pihent agyú szervezők Félfejű Joe legszebb aranykeretes kontaktlencséit az Ortvay-verseny győzteseinek. Már csak az a kérdés van hátra: milyen pályán látták mozogni a messewani kutatók a *Szent Snelliust*? (A Cserti József, Dávid Gyula és Piróth Attila szervezésében közölt feladatok magyar és angol nyelven letölthetők az Ortvay-verseny honlapjáról: http://ortvay.elte.hu, http://www.saas.hu/ortvay).



2. ábra. Ha a víz alatti O tárgypontból kiinduló és a levegőbeli E_1, E_2 szempárba jutó fénynyalábok e_1 és e_2 egyenesei az O-n átmenő függőleges tengelyű egyazon kúp palástja mentén futnak, akkor e_1 és e_2 az O-n átmenő függőleges egyenes mentén, az $I_1 = I_2 = I$ pontban metszi egymást. Így O binokuláris képe az I pontban alakul ki.

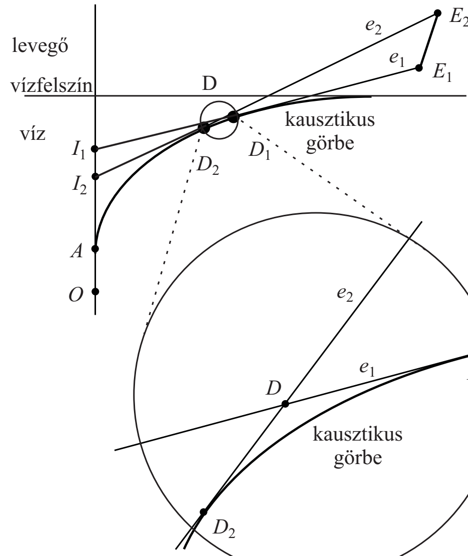
Érdemes megjegyezni, hogy a témában az egyik legalaposabb és a legkevesebb félreértést okozó korábbi munka magyar nyelven jelent meg *Kedves Miklós* tollából a *Fizikai Szemlé*ben [15]. De ez a dolgozat is csak a vízszintes elhelyezkedésű, levegőbeli szempár víz alatti binokuláris képalkotásának speciális esetét tárgyalta. A magyar nyelvű optikai témájú tankönyvek azóta sem vették át a szóban forgó részprobléma helyes megoldását Kedves 1956-ban közölt cikkéből.

A *Fizikai Szemle* 2004. évi 7. számában bukkantunk *Vankó Péter* írására [16], akinek az egyik megállapítása igen aktuálissá teszi jelen cikkünket: Vankó Péter számtalan szakmai hibát fedezett föl a 2004. május 26-án az országban számos helyen megírt próbaérettségi középszintű és emelt szintű fizika feladatainak szövegében és/vagy megoldásában. Többek között hibás volt a 16. feleletválasztós („teszt”) kérdés megoldása is, mely feladat szövege így szólt:

16. feladat: Hova kell nyúlnia a folyóban lazacra halászó medvének, ha sikeres akar lenni?

A – Lejjebb és távolabb, mint ahol látja a halat.
B – Lejjebb és közelebb, mint ahol látja a halat.
C – Feljebb és távolabb, mint ahol látja a halat.
D – Feljebb és közelebb, mint ahol látja a halat.

Amint Vankó Péter rámutatott, e feladat hivatalosan jónak ítélt B válasza rossz, mint ahogyan a feladat maga is, hiszen a megoldás attól függ, hogy a medve miként tartja a fejét, vagyis hogyan helyezkednek el a szemei a vízfelszínhez képest, amiről viszont nem található felvilágosítás a feladat szövegében. A nem eléggé körültekintő feladatkitűző nyilván egy hibás ábrát használt föl. Mint fönt már említettük, sajnos még az optikai szakirodalomban is ilyen hibás ábrák tömkelegével találkozhatunk, melyek közül három tipikusat mutat az *1. ábra*. Cikkünk tárgya éppen az, hogy a szóban forgó klasszikus geometriai optikai probléma helyes megoldását mutassuk be a legáltalánosabb esetben, továbbá korrigáljuk a szakirodalomban hemzsegő, idevonatkozó hibás ábrák néhány tipikus példányát. Reményeink szerint dolgozatunk segít a problémakörrel kapcsolatos tévedéseknek a magyar nyelvű tankönyv- és szakirodalomból történő végleges kiirtásában, mely tévedések immáron a kétszintű érettségi fizikafeladataiba is befészkelték magukat.

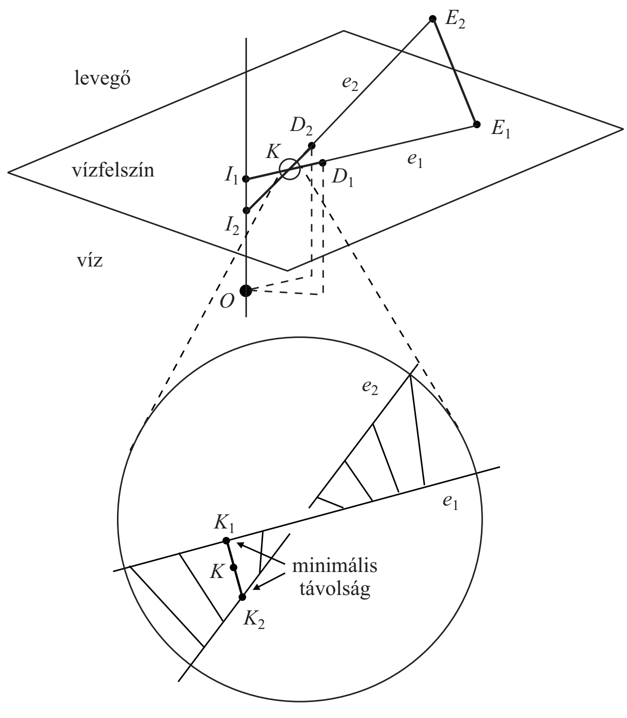


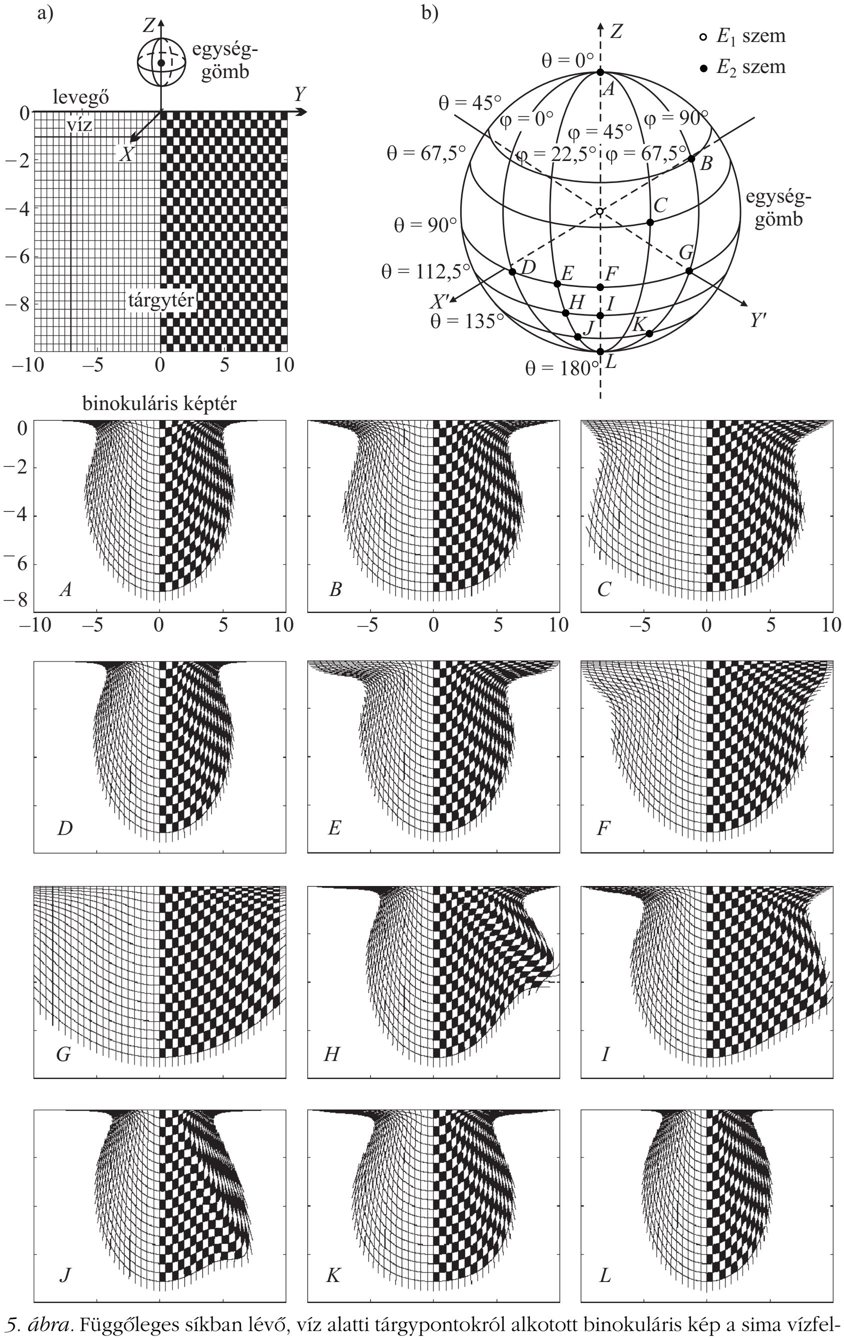
3. ábra. Ha a levegőbeli E_1, E_2 szempár, valamint az O víz alatti tárgypont ugyanazon függőleges síkban helyezkednek el, akkor az O binokuláris képe a megtört nyalábok e_1 és e_2 egyeneseinek D metszéspontja.

Binokuláris képalkotás a vízfelszínen át

A továbbiakban vízfelszínen túli világ alatt egyrészt a levegőből nézett vízi világot értjük, másrészt pedig a vízből figyelt levegőbeli világot. Egy megfigyelő vízfelszínen túli binokuláris látóterének fénytöréstől torzult szerkezetét meghatározandó, ki kell számítani a tárgytér minden egyes pontjának látszólagos helyét, azaz binokuláris kép-

4. ábra. Ha a levegőbeli E_1 és E_2 szemekbe jutó megtört fénynyalábok e_1 és e_2 egyenesei térben kitérnek egymás elől (azaz nem metszik egymást), akkor ezen egyenesek egymáshoz legközelebb eső pontjai K_1 és K_2. Ekkor az O víz alatti tárgypont binokuláris képe a K_1-et és K_2-t összekötő szakaszt felező K pont, amennyiben a szemek optikai tengelyei egybeesnek e_1-gyel és e_2-vel.





5. ábra. Függőleges síkban lévő, víz alatti tárgypontokról alkotott binokuláris kép a sima vízfelszín fölötti szemek helyzetének függvényében. a) Az *Y–Z* függőleges síkban lévő, víz alatti négyzetrács mint tárgytér, melynek jobb felét pepitára színeztük. A levegőben, az egységgömb középpontjában rögzített E_1 szem koordinátái $X = 0$, $Y = 0$, $Z = 2$. A kis gömb az egységgömböt szimbolizálja, melynek felületén helyezkedik el az E_2 szem, a gömb sugarát pedig egységnyinek vesszük. b) Az E_2 szem egységgömbön elfoglalt különböző helyei. *A–L:* az a) ábra négyzetrácsának binokuláris képe az E_2 szem egységgömbön elfoglalt (θ, φ) helye függvényében.

pontját a fénytörés törvényének felhasználásával. Vegyük fel a koordináta-rendszert úgy, hogy a víz felszíne az *X–Y* síkban legyen, az egyik, E_1 szem essen a függőleges *Z* tengelyre a vízfelszíntől adott távolságra, a másik, E_2 szem pedig helyezkedjen el egy olyan gömbfelületen, melynek középpontja az E_1 szem, sugara pedig a két szem közti távolság, amelyet egységnyinek tekintünk a továbbiakban. Tekintsük először azt az esetet, mikor a levegőből a vízbe nézünk. A víz alatti *O* tárgypont, valamint a víz fölötti E_1 és E_2 szemek egymáshoz viszonyított helyzetétől függően a binokuláris képalkotás három alapvetően eltérő esete különböztethető meg:

1. Ha a víz alatti *O* tárgypontból induló és a levegőbeli E_1, E_2 szempárba jutó megtört fénynyalábok visszafelé meghosszabbított e_1 és e_2 egyenesei az *O*-n átmenő függőleges tengelyű egyazon kúp palástja mentén futnak, akkor e_1 és e_2 az *O*-n átmenő függőleges egyenes mentén, a *2. ábra* szerinti $I_1 = I_2 = I$ pontban metszik egymást. Ekkor mindkét szemnek az *I* pontra kell fókuszálnia, és *O* binokuláris képe is az *I* pontban alakul ki. Az e_1 és e_2 egyenesek a D_1 és D_2 pontban érintik az úgynevezett kausztikus felületet (röviden kausztikát), amely az *O* pontból kiinduló és a vízfelszínen megtört fénysugarak alsó burkolófelülete.

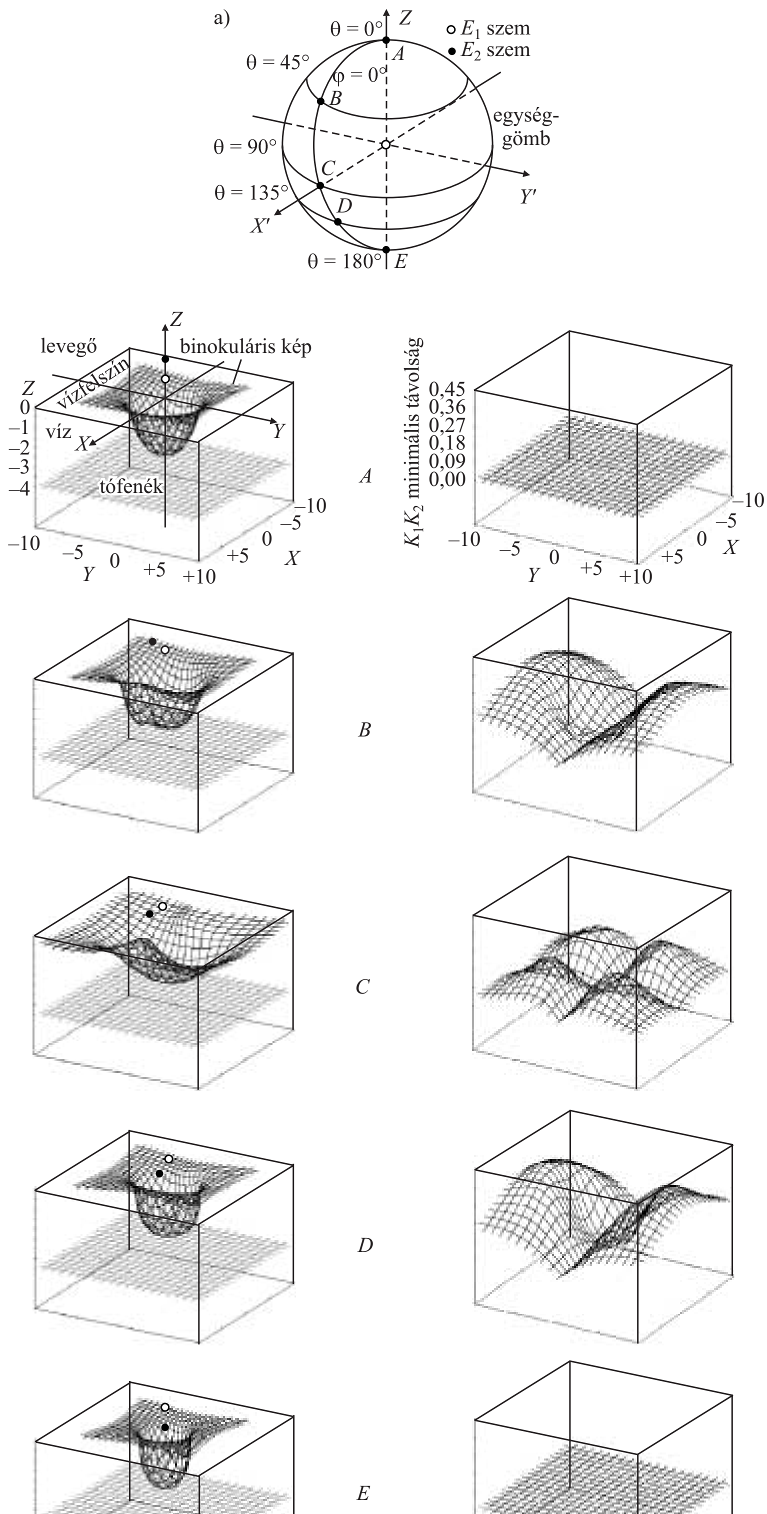
2. Ha a levegőbeli E_1, E_2 szempár, valamint az *O* víz alatti tárgypont azonos függőleges síkban vannak, akkor az *O*-ból induló és a szemekbe jutó megtört fénynyalábok visszafelé meghosszabbított e_1 és e_2 egyenesei a *3. ábra* szerinti *D* pontban metszik egymást. Ekkor az E_1, illetve E_2 szemnek az *O*-n átmenő függőleges egyenesen lévő I_1, illetve I_2 pontra kell fókuszálnia, és *O* binokuláris képe a *D* pontban keletkezik.

3. A szemekbe jutó megtört fénynyalábok visszafelé meghosszabbított e_1 és e_2 egyenesei az előző két pontban említett eseteken kívül egyetlen más esetben sem metszik egymást, azaz térben kitérő egyenesek. Ekkor a szemekbe jutó megtört fénynyalábok visszafelé meghosszabbított e_1, illetve e_2 egyeneseinek létezik olyan K_1, illetve K_2 pontja, melyek egymástól mért K_1K_2 távolsága minimális, és az *O* tárgypont binokuláris képe a K_1K_2 szakasz *K* felezőpontjában alakul ki a *4. ábrá*n látható módon. Ekkor az E_1, illetve E_2 szemnek az *O*-n átmenő függőleges egyenesen lévő I_1, illetve I_2 pontra kell fókuszálnia, és *O* a *K* pontban látszik. Ahhoz, hogy valóban létrejöjjön a *K* binokuláris kép, mindkét szem optikai tengelyének (azaz a pupilla közepén és a retina éleslátási tartományán, a foveán vagy más néven sárgafolton átmenő egyenesnek) egybe kell esnie a szembe jutó megtört sugarak e_1 és e_2 egyeneseivel, hogy a két szem által külön-külön élesen látott képpont az agy látókérgében egyetlen képponttá egyesüljön. Ez azt jelenti, hogy az E_1 és E_2 szemek, valamint a *K* pont által meghatározott síkban a szemek optikai tengelyeinek össze kell tartaniuk, míg az erre merőleges és a két szemet összekötő

szakasz felezőpontján, valamint a K ponton átmenő síkban szét kell tartaniuk. A szemtengelyeknek a szemeken és a K-n átmenő síkban történő összetartása nem okoz nagy problémát az emberi látórendszernek, azonban az erre merőleges síkbeli széttartást csak kismértékben tudja megvalósítani. Csak akkor látjuk az O tárgypontot valóban a K pontban, ha szemeink mindkét szükséges szemmozgást megfelelőképpen el tudják végezni, és így létrejön a képegyesítés. Ellenkező esetben két egymástól elkülönült képpontot látunk határozatlan távolságban, hiszen egyetlen szemmel képtelenek vagyunk meghatározni a képtávolságot.

Egy víz alól nézett levegőbeli tárgypont binokuláris képének helye a fentiekhez hasonlóan határozható meg [3, 14]. A leglényegesebb eltérés az előző esethez képest az, hogy ekkor a vízfelületen megtört fénysugarak alsó burkolófelületének, a kausztikának más az alakja, s az nem a víz alatt, hanem a levegőben van. Hogy az E_1, illetve E_2 szemnek miért mindig az I_1, illetve I_2 pontra kell fókuszálnia, annak részletes indoklása meghaladja e cikk kereteit, amelynek fő célja a vízfelszínen át történő binokuláris képalkotás tárgyalása. A részletes magyarázat megtalálható [12–14]-ben, ahol egy levegőbeli (ill. víz alatti) szem víz alatti (ill. levegőbeli) monokuláris (egyetlen szemmel történő) képalkotását és annak a pupilla alakjától való függését is tárgyaltuk. Itt rövid magyarázatként csak a következőt jegyezzük meg:

Egy víz alatti O tárgypontból eredő és a levegőbeli emberi szem pupilláján függőleges síkú ívek mentén belépő megtört fénysugárpárok visszafelé való meghosszabbításainak metszéspontjai a kausztikus felület fölötti tér különböző, de egymáshoz igen közeli pontjaiban helyezkednek el. Mivel minden ilyen metszésponthoz csak két geometriai sugár tartozik, ezért a függőleges sugárpárok valójában nem is alkotnak fizikai képpontot. Ugyanakkor a pupillán egy vízszintes síkban fekvő ív mentén belépő összes fénysugár az O-n átmenő függőleges egyenes ugyanazon pontjában metszi egymást és hoz létre így egy fizikai képpontot, amelynek a fényerőssége annál nagyobb, minél hosszabb a vízszintes pupillaív. Az egyetlen szemmel észlelhető képpont, vagyis ahova a szemlencsének kell fókuszálnia, tehát nem más, mint a kör alakú emberi pupilla közepén átmenő (leghosszabb) vízszintes pupillaívhez tartozó képpont. Az O levegőből látható monokuláris képe valójában egy igen rövid függőleges pálcika, melynek fényerőssége a közepétől a szélek felé rohamosan csökken. Emiatt lehetetlen tökéletesen éles képalkotást megvalósítani a levegőből a vízfelszínen át.

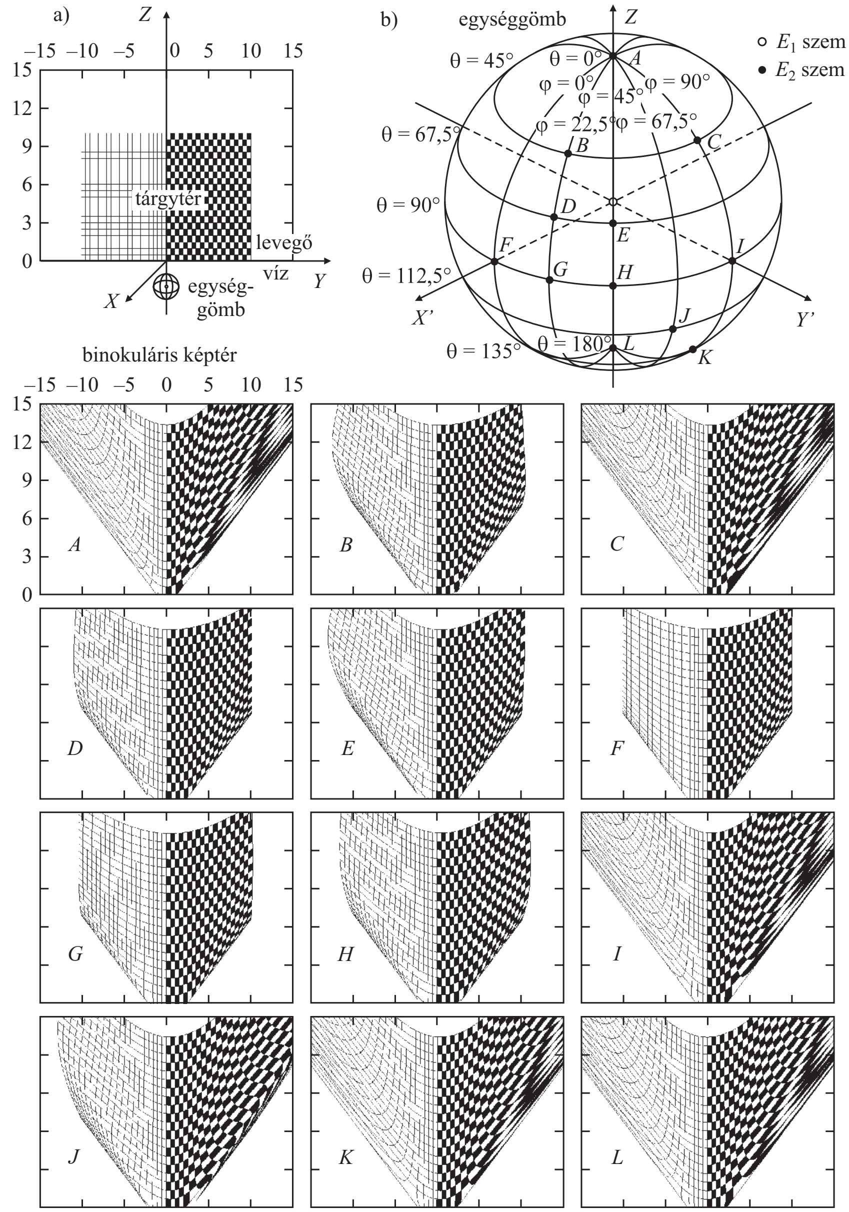


6. ábra. Vízszintes síkban lévő víz alatti tárgypontokról alkotott binokuláris kép a sima vízfelszín fölötti szemek helyzetének függvényében. a) Az E_2 szem egységgömbön elfoglalt különböző helyei. A levegőben, az egységgömb középpontjában rögzített E_1 szem koordinátái X = 0, Y = 0, Z = 2. *A–E:* bal oszlop: Az X–Y síkbeli vízfelület alatt Z = −4 mélységben lévő vízszintes négyzetrács binokuláris képe az E_2 szem egységgömbön elfoglalt θ szöge függvényében φ = 0 esetén. A szemek helyét pontok jelzik. *A–E:* jobb oszlop: A vízfelszínen megtört és a szemekbe jutó fénysugarak egyeneseinek K_1 és K_2 legközelebbi pontjai közti K_1K_2 minimális távolság a víz alatti vízszintes négyzetrács pontjainak X és Y koordinátái függvényében.

Az *5. ábrá*n egy víz alatti függőleges négyzetrács fénytöréstől torzult binokuláris képe látható a levegőbeli szempár különböző helyzeteire. A függőleges és vízszintes egyenesek binokuláris képei a szemek alatti függőleges irány közelében csak viszonylag kis látszólagos torzulást szenvednek, ha azonban a nézés iránya a vízszinteshez közelít, a torzulás mértéke egyre nő. A levegőbeli szemek egymáshoz képesti helyzetének függvényében a víz alatti vízszintes vonalak binokuláris képe általában jellegzetes, közel tükörszimmetrikus, fordított harang alakú görbe (*5.A, B, D, E, F, G, K, L ábra*). Bizonyos szempozícióknál azonban ez az alakzat aszimmetrikussá válik nagy helyi görbületekkel (*5.C, H, I, J ábra*). A víz alatti függőleges egyenesek binokuláris képei megmaradnak közel függőleges egyeneseknek kisebb-nagyobb görbületekkel, vagy jellegzetes kettős S alakúvá görbülnek. Látható, hogy a négyzet alakú cellák hogyan torzulnak elnyújtott vagy lapított deltoidokká, illetve rombuszokká a nézés irányától és a szemek helyzetétől függően.

A *6. ábra* bal oszlopában egy víz alatti vízszintes négyzetrács, például egy úszómedence vagy tó fenekének fénytörés miatt torzult binokuláris képe látható a szemek helyzetétől függően. A négyzetrács bizonyos szemállásoknál sekélyebb, másoknál mélyebb bugyornak, illetve kád alakúnak látszik. A *6. ábra* jobb oszlopa az E_1 és E_2 szemekbe lépő megtört fénysugarak e_1 és e_2 egyeneseinek legkisebb K_1K_2 távolságát mutatja a szemek helyzetének függvényében. Az *O* tárgypont *K* binokuláris képe a K_1K_2 szakasz felezőpontjában jön létre (*4. ábra*). Minél nagyobb a K_1K_2 távolság, annál nagyobb szemmozgásokra van szükség a binokuláris képegyesítéshez. Vízszintes és függőleges szemállások mellett $K_1K_2 = 0$ (*6.A, E ábra*), ilyenkor a szemek optikai tengelyeinek csak az optikai középpontjukon és a *K*-n átmenő síkban kell összetartaniuk. Ha viszont $K_1K_2 \neq 0$ (*6.B–D ábra*), akkor a szemek optikai tengelyeinek az erre merőleges síkban is megfelelően szét kell tartaniuk a képegyesítéshez, ami nem mindig sikerül. Ilyenkor két különböző képpontot látunk határozatlan távolságokban.

A *7. ábrá*n egy víz fölötti függőleges négyzetrács fénytöréstől torzult binokuláris képe látható a víz alatti szemek különböző helyzetei mellett. A *8. ábra* bal oszlopa egy levegőbeli vízszintes négyzetrács (például egy úszócsarnok mennyezetének) fénytörés miatt torzult bi-



7. ábra. Függőleges síkban lévő levegőbeli tárgypontokról alkotott binokuláris kép a sima vízfelszín alatti szemek helyzetének függvényében. a) az *Y–Z* függőleges síkban lévő levegőbeli négyzetrács mint tárgytér, melynek jobb felét pepitára színeztük. A víz alatt, az egységgömb középpontjában rögzített E_1 szem koordinátái $X = 0$, $Y = 0$, $Z = -2$. A kis kör az egységgömböt szimbolizálja, melynek felületén helyezkedik el az E_2 szem. b) az E_2 szem egységgömbön elfoglalt különböző helyei. *A–L:* az a) ábra négyzetrácsának binokuláris képe az E_2 szem egységgömbön elfoglalt (θ, φ) helye függvényében.

A vízfelszínen túli világ fénytöréstől torzult összetett szerkezete

Az *5–9. ábrá*k azt mutatják, hogy milyen erősen torzul a megfigyelő által látott vízfelszínen túli világ szerkezete a vízfelszíni fénytörés következtében a két szem közötti szakasz irányát jellemző θ és φ szögek függvényében. Általános jelenség, hogy a vízfelszínen át megfigyelt tárgypont a valódi helyénél magasabban látszik, és ez a látszólagos emelkedés annál nagyobb, minél nagyobb a tárgypont megfigyelőtől mért vízszintes távolsága, vagyis minél nagyobb szögben törnek meg a képalkotásban résztvevő sugarak a vízfelületen.

nokuláris képét mutatja a víz alatti szemek helyzetének függvényében. A négyzetrács bizonyos szemállásoknál érdekes módon lapát alakúvá torzul (*8.D ábra*). A *8. ábra* jobb oszlopa a víz alatti E_1 és E_2 szemekbe jutó megtört fénysugarak e_1 és e_2 egyeneseinek minimális K_1K_2 távolságát szemlélteti a szemek helyzetének függvényében.

A *9. ábra* azt szemlélteti, hogy miként torzul a fénytörés miatt a víz alatti optikai környezet egy függőleges metszete (hallal és vízinövényzettel), ha azt egy kócsag nézi a levegőből, illetve miként látja a levegőbeli világ egy függőleges metszetét (egy nádas előtt álló kócsaggal) egy hal a szemei helyzetétől függően. Jól látható, amint a hal kócsag által észlelt alakja lapítottá vagy S alakúvá torzul, valamint hogy a kócsagot milyen elnyújtottan, illetve ellapultan látja a hal a szemei helyzetének függvényében.

Vízfelszínen át nézett tárgyak képének hibás ábrázolásai és azok kijavítása

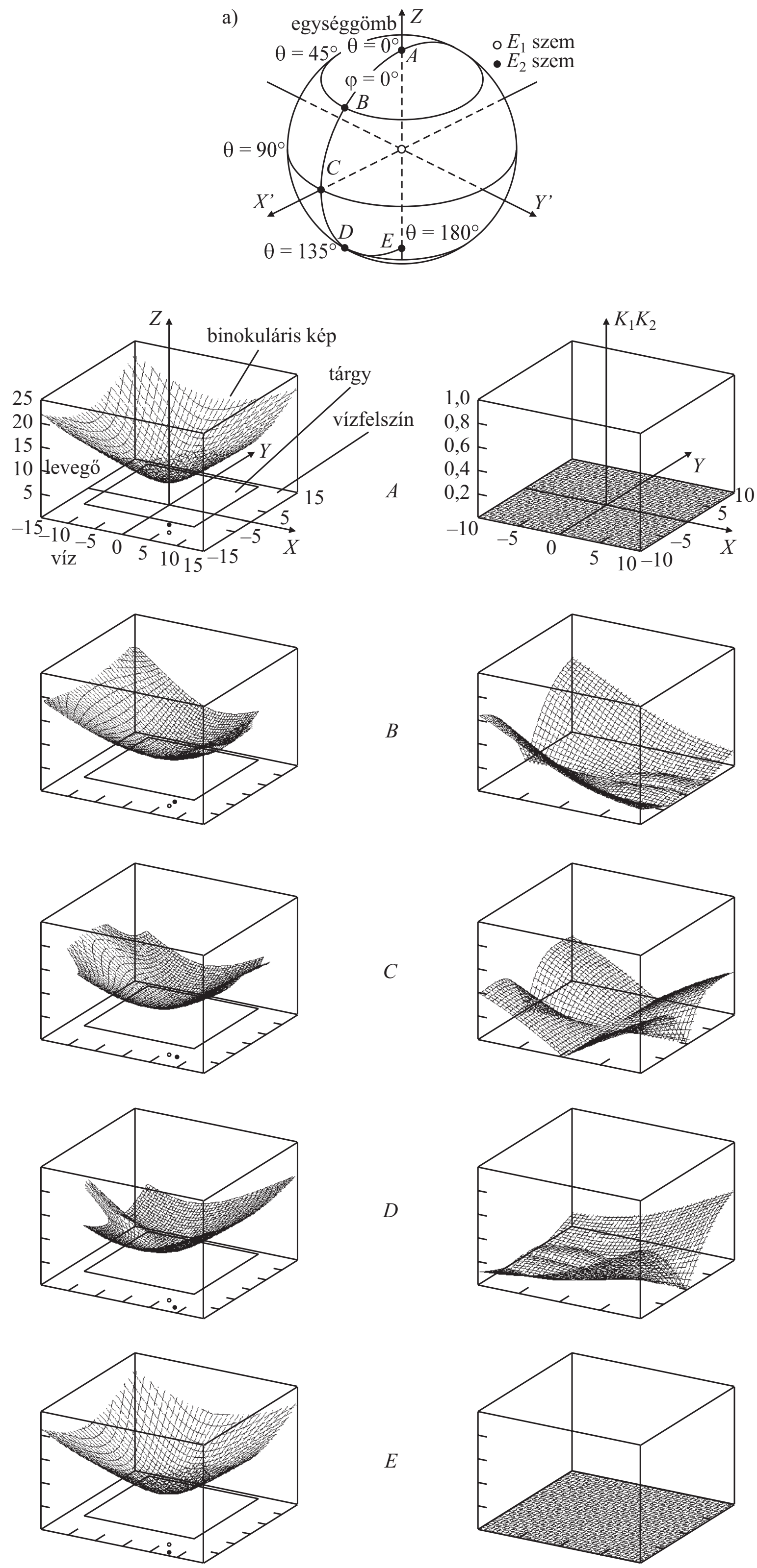
A vízfelszínen át nézett tárgyakról alkotott képek helyével és fénytörés miatti látszólagos torzulásával foglalkozó szakirodalomban már régóta vita folyik arról, hogy egy tárgy képe hol helyezkedik el pontosan. A problémát még a tisztán optikai témájú könyvekben sem tárgyalják megfelelő részletességgel és pontossággal. Mindig figyelmen kívül hagyják, hogy a kép pozíciója erősen függ a szemek egymáshoz és vízfelszínhez képesti elhelyezkedésétől. A biológiai témájú irodalom pedig sajnos kritika nélkül átveszi az optikai témájú irodalom tévedéseit és tisztázatlanságait. Az *1. ábrá*n három tipikus példa látható minderre. A jellemző hibák a következők:

- Nem veszik tekintetbe a tárgypontról alkotott képpont helyének a szemek vízfelszínhez képesti elhelyezkedésétől való függését, többnyire csak egyetlen szemet ábrázolnak, és nem adják meg a másik szem helyét (*1.a, b ábra*).

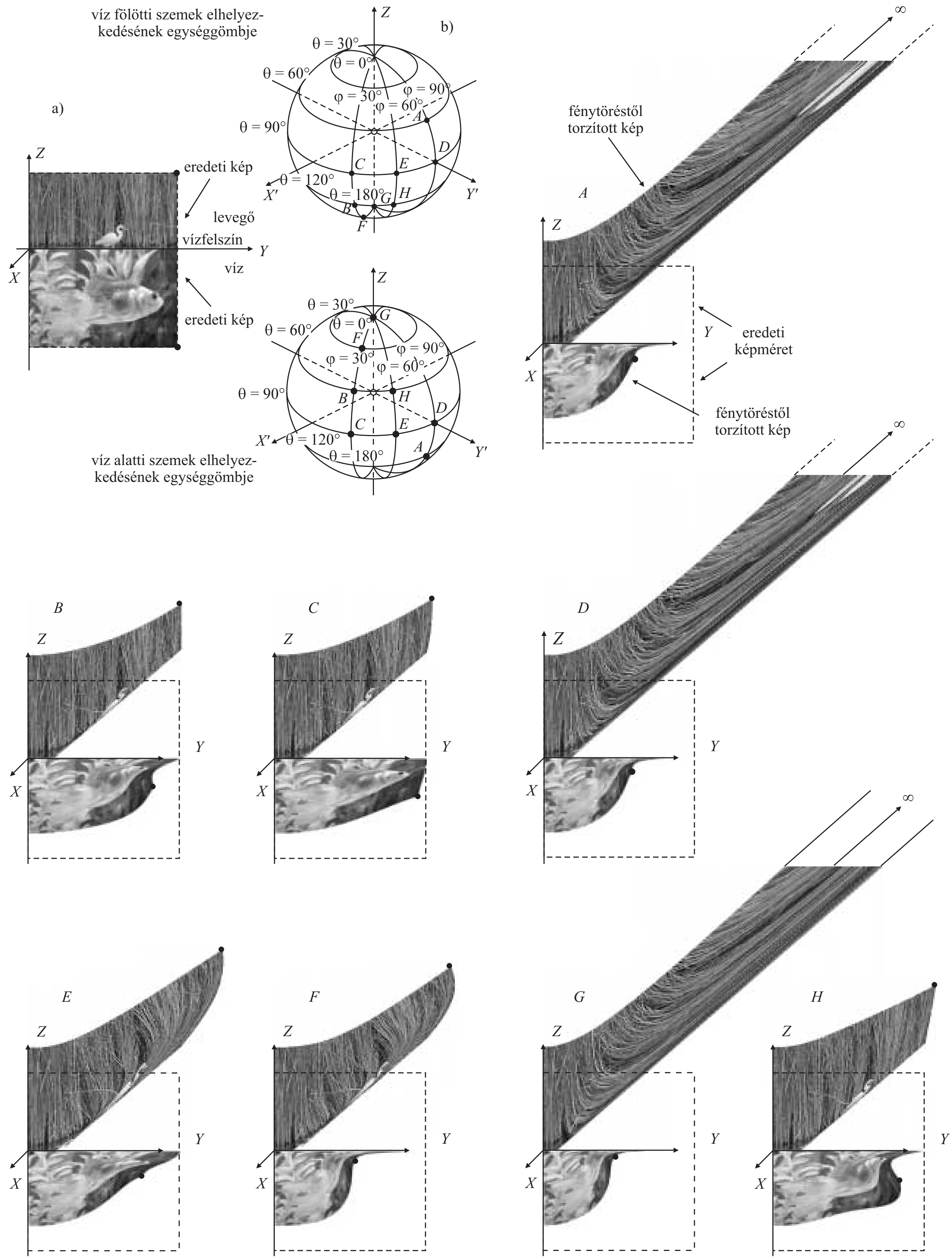
Ugyanakkor nálunk, embereknél csak két szem biztosíthatja a térlátást, és a binokuláris kép pozíciója erősen függ a szemek egymáshoz és a vízfelszínhez viszonyított helyzetétől.

- A *levegőből* nézett víz alatti tárgyak binokuláris képe a víz fölötti megfigyelőtől – hibásan – vízszintesen eltávolodik (*1.a, b ábra*).

A valóságban a levegőbeli szemek helyzetétől függetlenül egy víz alatti tárgy binokuláris képe függőlegesen mindig a vízfelszín felé tolódik, vízszintes irányban pedig a szemek helyzetétől függően közeledhet a megfigyelőhöz, de sohasem távolodhat tőle.



8. ábra. Vízszintes síkban lévő levegőbeli tárgypontokról alkotott binokuláris kép a sima vízfelszín alatti szemek helyzetének függvényében. a) az E_2 szem egységgömbön elfoglalt különböző helyei. A víz alatt, az egységgömb középpontjában rögzített E_1 szem koordinátái X = 0, Y = 0, Z = 2. *A–E:* bal oszlop: Az X–Y síkbeli vízfelület fölött Z = 4 magasságban lévő vízszintes négyzetrács binokuláris képe az E_2 szem egységgömbön elfoglalt θ szöge függvényében, φ = 0 esetén. A szemek helyét pontok jelzik. *A–E:* jobb oszlop: A vízfelszínen megtört és a szemekbe jutó fénysugarak egyeneseinek K_1 és K_2 legközelebbi pontjai közti K_1K_2 minimális távolság a levegőbeli vízszintes négyzetrács pontjainak X és Y koordinátái függvényében.



9. ábra. Mint az *5.* és *7. ábra,* de most a víz alatti tárgytér egy aranyhalat és vízinövényeket ábrázoló függőleges kép, míg a levegőbeli tárgytér egy nádas előtti vízben álló kócsagot mutató függőleges kép. A függőleges *Y–Z* síkbeli összetett (montázsszerű) tárgytér minden pontjára elvégeztük a *K* binokuláris képpontok koordinátáinak számítását. Az *A* és *D* ábrákon csak részben, a *G* ábrán pedig egyáltalán nem látható a fehér kócsag, mivel a képe csak a víz fölötti világ teljes torzított képének itt nem ábrázolt távoli részén jelenik meg.

- A *vízből* nézett levegőbeli tárgyak binokuláris képe vízszintes irányban – helytelenül – a víz alatti megfigyelő felé tolódik el (*1.c ábra*).

Valójában a víz alatti szemek helyzetétől függetlenül egy levegőbeli tárgy binokuláris képe függőlegesen mindig a vízfelszíntől távolodik, vízszintes irányban pedig a szemek helyzetétől függően távolodhat a megfigyelőtől, de sohasem közeledhet hozzá.

- Általában azt is helytelenül ábrázolják, hogy egyetlen szemnek hova kell fókuszálnia a vízfelületen túli tárgypont monokuláris képére.

Fönt már említettük, hogy egy tárgypontnak a vízfelületen át látott monokuláris képe mindig a tárgyponton átmenő függőleges egyenesen van. Ha egy víz alatti tárgypontot a levegőből nézünk egyetlen szemmel (ill. ha egy levegőbeli tárgypontot a vízből figyelünk egyetlen szemmel), akkor annak monokuláris képe a vízfelülettől mért nézési szögtől függő mértékben függőlegesen, a vízfelszín irányába (illetve attól távolodva) tolódik el. Így, ha az *1.a* és *b ábrá*k azt akarnák ábrázolni, hogy egy víz alatti tárgypontot hol lát egyetlen (emberi) levegőbeli szem, akkor is hibásak lennének, mivel a monokuláris képpont sohasem távolodhat (és persze nem is közeledhet) vízszintes irányban a megfigyelőhöz képest, amint azt az ábrák helytelenül mutatják.

A próbaérettségi cikkünk elején említett 16. feladata nemcsak a Vankó Péter cikkében [16] írtak miatt hibás, hanem biológiailag is. Egy medvének csak akkor van esélye elfogni egy víz alatti gyors manőverezésekre képes fürge lazacot, ha a hal nem tud kitérni előle. A természetben ez két esetben fordul elő:

1. A medve akkor foghatja el viszonylag könnyen a lazacot, mikor az kiugrik a vízből, hogy egy vízesést legyőzve úszhasson tovább a folyásiránnyal ellentétesen a folyó fölső szakaszán lévő ívási helyére. A levegőben a hal nyilván képtelen már befolyásolni ballisztikus pályáját, ami megkönnyíti a vízesésnél lesben álló medve helyzetét.

2. Ugyancsak gondot okoz egy lazacnak a medvét kikerülni, ha a víz áramlása olyan kis keresztmetszeten történik, amelyet egy medve a mancsaival könnyen átfoghat és szemeivel átláthat, továbbá mikor a lazacnak a gyorsan áramló víz ellenállása legyőzésére kell minden erejét és figyelmét összpontosítania.

Mindkét eset a vízfolyások fölső szakaszára jellemző, a lazacok ívóhelyén, ahol a folyók még csak hegyi patakok. Ezt a medvék tapasztalatból tudják is, ezért mindig csak ott vadásznak lazacokra vagy pisztrángokra. Ott a nagy esésű és szakadékokkal szabdalt patakmeder, valamint a kis keresztmetszet miatt a víz olyan gyorsan és turbulensen áramlik, hogy a felszíne nem sima, nem vízszintes, hanem térben és időben gyorsan változó alakú. Ilyen körülmények között a medvék képtelenek figyelembe venni a fénytörésnek a vízfelszín alakjától függő hatását a halak látszólagos helyzetére. Ezért a kizárólag a folyók fölső szakaszán vadászó medvék nem is tudják megoldani a próbaérettségi 16. feladatában fölvetett optikai problémát, és így a fénytörés kompenzációja nélkül kísérelik meg elfogni a lazacokat.

A 16. feladat tehát vizuális ökológiailag is hibás! A feladat kitűzőjének egy lazacra vadászó medve helyett más, biológiailag korrekt mesébe kellett volna ágyaznia a szóban forgó optikai feladatot. Olyan állatot kellett volna választania, amelyről kísérletileg már bebizonyosodott, hogy miközben a levegőből víz alatti zsákmányra vadászik, tényleg tekintetbe veszi a zsákmány valódi és látszólagos helye közti eltérést, amit a fénytörés okoz. Ilyen állat például a medvékkel ellentétben hazánkban is honos kiskócsag (*Egretta gularis schistacea*) [17] vagy a jégmadár (*Ceryle rudis*) [18].

Csak egyet tudunk érteni Vankó Péter azon véleményével [16], hogy a próbaérettségi 16. feladata túl nehéz volt egy középiskolásoknak szánt feleletválasztós érettségi kérdéssorban. Gondoljuk csak meg, szerencsétlen középiskolásainknak a cikkünkben írtak zömét tudniuk kellett volna a 16. kérdés helyes válaszának eltalálásához! Erre nemcsak nekik, de még a feladat kitűzőinek sem volt esélyük, hiszen sokszor még a fizikai (optikai) és biológiai (ökológiai) tankönyvek képzett írói sem voltak mindezek tudatában, és ők is csak máshonnan átvett téves információkkal és ábrákkal dolgoztak. Az ELTE TTK Biológiai Fizika Tanszékén a biológusok és biológiatanárok fizikaoktatásának keretében már évek óta oktatjuk a cikkünkben tárgyalt optikai probléma helyes megoldását [14, 19, 20]. Így talán előbb-utóbb beszivárog ez az ismeret a magyar középiskolák tananyagába is.

Köszönetnyilvánítás

Munkánkat a német Alexander von Humboldt Alapítvány Horváth Gábornak adományozott 14 hónapos kutatói ösztöndíja, valamint a magyar Oktatási Minisztérium 3 éves Széchenyi István Ösztöndíja támogatta. Köszönjük *Cserti József* (ELTE Komplex Rendszerek Fizikája Tanszék) és *Dávid Gyula* (ELTE Atomfizika Tanszék) információit a 2003. évi, 34. Ortvay-verseny 42. feladatával kapcsolatban, valamint Vankó Péter és *Haiman Ottó* értékes észrevételeit.

Irodalom

1. Gündischné Gajzágó Mária: *„A világosság különböző színű szálai habjai hossza” – Bolyai Farkas, a fizikatanár* – Fizikai Szemle *44* (1994) 110–113
2. Horváth G.: *Búvároptika: optikai jelenségek a levegő és a víz határán* – Természet Világa *118* (1987) 298–303
3. A. Barta, G. Horváth: *Underwater binocular imaging of aerial objects versus the position of eyes relative to the flat water surface* – J. Opt. Soc. Am. A *20* (2003) 2370–2377
4. G. Horváth, K. Buchta, D. Varjú: *Looking into the water with oblique head tilting: revision of the aerial binocular imaging of underwater objects* – J. Opt. Soc. Am. A *20* (2003) 1120–1131
5. M. Born: *Optik – Ein Lehrbuch der elektromagnetischen Lichtteorie.* (3rd ed.), Springer, Berlin–Heidelberg–New York Born, (1972) Fig. 28, p. 57
6. E. Grimsehl: *Lehrbuch der Physik* – Band 3: Optik. (16th ed. by *H. Haferkorn*), BSB B.G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig, (1978) Fig. 2.12, p. 46
7. Budó Á., Mátrai T.: *Kísérleti fizika III. Optika és atomfizika* – Tankönyvkiadó, Budapest, (1980) 248,3. ábra, 25. o.; 255,8. ábra, 51. o.
8. D. Kamke, W. Walcher: *Physik für Mediziner* – B.G. Teubner Verlag, Stuttgart, (1982) Fig. 14.13, p. 460
9. B. Gonsior: *Physik für Mediziner, Biologen und Pharmazeuten* – F.K. Schattauer Verlag, Stuttgart, New York, (1984) Fig. 8.12, p. 283
10. L. Bergmann, C. Schaefer: *Lehrbuch der Experimentalphysik* – (8th ed. by *H. Gobrecht*), W. de Gruyter, Berlin, New York, (1987) Fig. 1.36a, p. 33; Fig. 1.74, p. 74
11. J. Walker: *What is a fish's view of a fisherman and the fly he has cast on the water?* – Sci. Am. *250/3* (1984) 108–113, Fig. 6, p. 110
12. G. Horváth, D. Varjú: *Geometric optical investigation of the underwater visual field of aerial animals* – Math. Biosci. *102* (1990) 1–19
13. G. Horváth, D. Varjú: *On the structure of the aerial visual field of aquatic animals distorted by refraction* – Bull. Math. Biol. *53* (1991) 425–441

14. Horváth G.: *A geometriai optika biológiai alkalmazása: biooptika* – Egyetemi tankönyv, 400 o., ELTE Eötvös Kiadó, Budapest (2004)
15. Kedves M.: *Síkfelülettel határolt fénytörő anyagokban keletkező virtuális képek* – Fizikai Szemle *6* (1956) 129–137
16. Vankó P.: *Próbaérettségi: elégtelen* – Fizikai Szemle *54* (2004) 240–244
17. G. Katzir, N. Intrator: *Striking of underwater prey by a reef heron, Egretta gularis schistacea* – J. Comp. Physiol. A *160* (1987) 517–523
18. G. Katzir: *Tuning of visuomotor coordination during prey capture in water birds* – In: Perception and Motor Control in Birds – An Ecological Approach (eds.: *M.N.O. Davies, P.R. Green*), Springer, Berlin (1994)
19. Horváth G., Juhász A., Tasnádi P.: *Hétköznapok fizikája* – ELTE Továbbképzési Füzetek 10. kötet, 290 o., ELTE Nyomda, Budapest (1989)
20. Tasnádi P., Juhász A., Horváth, G.: *Fizika körülöttünk* – 257 o., Múzsák Kiadó Reál Szerkesztősége, Budapest (1994)