IV. EREDMÉNYEK ÉS ESÉLYEK

1. Mit mér a stopper?

A sporttal ősidőktől fogva együtt jár a versenyzés. Napjainkban az egyre speclálisabb, tudományos céltudatossággal megtervezett edzésmunka eredményeként a versenysport fejlődése felgyorsult. Ez a fejlődés az egyre jobb időeredményekben is megmutatkozik, de egyúttal azzal is jár, hogy az élmezőny egyre szorosabbá válik, a nagy versenyek döntőiben az indulók képességei csaknem egyformák. Érthető tehát, ha a sportvezetők és szervezők mindent elkövetnek, hogy a legtárgyilagosabban értékeljék a versenyzők teljesítményét. Mivel a sportok jó részében a gyorsaság a legfontosabb, a modern elektronika alkalmazásával, az időnek egyre pontosabb mérésével (esetenként célfotóval) igyekeznek az eredmények objektivitását garantálni. A következőkben ennek az „objektivitás"-nak a kérdését szeretnénk részletesebben – fizikusi szempontból vizsgálni.

Egy-egy fizikai mennyiség (idő, távolság, erő stb.) értékét a mérési módszertől, illetőleg a mérőeszközöktől függően, pontosabban vagy kevésbé pontosan határozhatjuk meg, tökéletes pontosságú mérés azonban nincsen. A mérési eredmények pontosságát a fizikában a mért számérték mellett feltüntetett hiba jellemzi. Ha például egy hasáb magasságát tolómérővel 100 mm-nek mértük, ez csak arról biztosít bennünket, hogy a test magassága a *99,9 mm* és a *100,1 mm* értékhatárok közé esik. A bizonytalanságot a mérőműszer leolvasási pontossága (azaz hogy pontatlansága) okozza – tolómérővel tizedmilliméternyi pontossággal mérhetünk. A mérés hibája azonban csak akkor mond valamit mérésünk pontosságáról, ha a hibát a mért mennyiséghez viszonyítva is megadjuk. (Nyilvánvaló, hogy ha egy *0,2 mm* vastag drótszálat tolómérővel ± *0,1 mm*-es pontossággal mérünk, s ez mintegy *50* százalékos bizonytalansággal jár, a mérést pontatlannak kell tekintenünk, de ha ugyanez a tizedmilliméteres bizonytalanság a *10 cm*-es távolságban adódik, a mérés már sokkal pontosabb. Ez utóbbi esetben a mérés úgynevezett relatív hibája *0,1* százalék.)

Napjaink elektronikus kvarcóráin századmásodpercek is leolvashatók. Ez azt jelenti, hogy ha például egy *15* perces időtartamot századmásodpercre mérünk, a mérés relatív pontossága 10^{-5} nagyságrendű (egy ezredszázalékos!). A fizikusban e pontosság hallatán jogos kérdések merülhetnek fel. Igaz-e, hogy az időmérés pontosságának javításával nőtt a sportolói teljesítmények objektív megítélhetősége is? A következőkben megmutatjuk, hogy ez utóbbi nem egyértelmű következménye az előbbinek.

Tekintsünk elsőként egy hagyományosan start-pisztollyal indított *100 m*-es futóversenyt! A versenyzők a startvonalon felsorakozva várják a rajtjelet. A mezőny a pálya szélén elsütött pisztoly jelére indul el. Az időeredményt a célvonalban századmásodperc érzékenységű stopperrel mérik. Tegyük fel, hogy a versenyt *0,02* másodperccel az első pályán futó sportoló nyeri, míg a második helyet a hatoson futó versenyző szerzi meg. Könnyen belátható, hogy az időeredmény nem tükrözi a versenyzők tényleges teljesítményét. A hatos pályán induló versenyző ugyanis már a startnál nagyobb időhátrányban volt, mint a végeredményben tükröződő *0,02* másodperc. A hang terjedéséhez idő kell, *0,01* másodperc alatt a hang *3 m* utat tesz meg. A hatos versenyző tehát később hallja meg a pisztolylövést, mint az első pályán induló. A felvetett probléma jól érzékelteti, hogy a versenyek szervezésekor nem elég pusztán az időmérés pontosságára ügyelni, hanem látszólag mellékesnek tűnő körülményekre is figyelemmel kell lenni. A nagy világversenyeken éppen ezért úgy indítják a versenyzőket, hogy mindegyik starthely mögött hangszórót helyeznek el, így valamennyi sportoló egyidőben észlelheti a pisztolylövést.

Következő extrém példaként vizsgáljuk meg az *1500 m*-es gyorsúszást! Ennek szintideje *15-16 perc* (kb. *1000 sec*), így a századmásodperces időmérés a bevezetőben említett 10^{-5}-es relatív pontosságú. Ez az imponáló pontosság azonban csak akkor szolgálhatja a versenyzők teljesítőképességének tárgyilagos összehasonlítását, ha minden egyéb fizikai tényező (ezek közül mi majd a medence hosszúságát és a víz hőmérsékletét vizsgáljuk) az időmérés pontossága által megkövetelt precizitással beállítható. Határozzuk meg először azt, hogy milyen pontossággal kell az *50 m*-es medence hosszát megmérni ahhoz, hogy az időmérésben a századmásod-

perceknek még tartalmuk legyen! Az *1500 m*-es úszás szintideje nagyjából *15 perc*, ebből az úszó átlagos sebessége *1,7 m/s*-nak adódik. Ilyen sebesség esetén *0,01* másodperc alatt az úszó *1,7 cm* utat tesz meg. Ez azt jelenti, hogy harminc medencehossznak *(30 x 50 = 1500)* a távolságmérésben megengedhető együttes bizonytalansága nem lehet nagyobb *1,7 cm*-nél, azaz a medence *50 m*-es hosszát ± *0,6 mm* pontosan kellene meghatározni! Ez a pontosság műszaki szempontból nézve elképzelhetetlen, a századmásodpercek tartalma tehát erősen megkérdőjelezhető. (*100 m*-es úszószámban persze ez az elképesztően kicsi hibahatár jócskán megnő! A fenti gondolatmenetet követve, bárki önmaga is kiszámolhatja, hogy ilyenkor a századmásodperces időmérés már akkor is jogos, ha a medence hossza ± *8 mm*-rel tér el az *50 m*-es elméleti hossztól.

Ragadjuk most ki önkényesen az úszáseredményeket meghatározó számos körülmény közül (ilyenek pl. a medence alakja, szélének kiképzése, az úszók közti távolság stb.) a kívülálló számára bizonyára mellékesnek tetsző vízhőmérsékeltet. A sportoló teljesítményét jórészt a közegellenállás leküzdése emészti fel. A közegellenállási erő mint már említettük, négyzetesen függ a mozgás *(v)* sebességétől, függ az úszó alaki sajátosságaitól *(C)* és arányos a víz *(ρ)* sűrűségével.

$$F = C\rho v^2$$

A víz sűrűsége a hőmérséklettel változik, *1 °C* hőmérsékletemelkedés hatására a relatív sűrűség csökkenés $\frac{\Delta\rho}{\rho} = 10^{-4}$. Ha azt akarjuk, hogy a 10^{-5} relatív pontosságú időmérés a sportoló egyéni teljesítőképességét mérő érték legyen, a sűrűség relatív hibája sem lehet ennél nagyobb, azaz a medence vizének hőmérsékletét *0,1 °C*-ra stabilizálni kell. Bár a vízhőmérséklet hatása egyazon versenyen úszók sorrendjének megállapításában nem okoz hibát, az esetleges országos- vagy világcsúcs szempontjából azonban lényeges lehet.

Ha két különböző helyen és időben felállított világcsúcsot századmásodpercre akarunk összehasonlítani, akkor ennek az elmondottak értelmében csak úgy van értelme, ha a két medence vizének a hőmérséklete *0,1*

Celcius-fokra megegyezik egymással. Ha ezek a föltételek hiányoznak, előfordulhat, hogy az új ünnepelt csúcs gyengébb sportteljesítmény takar, mint a „megdöntött" régi.

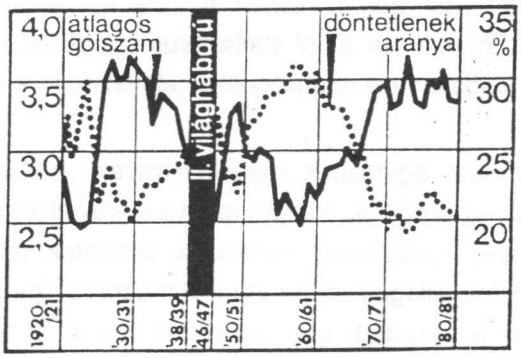
2. „Biztos totó-kulcsot tessék!"-??

A sportfogadási irodák előtt, a „totozókban" gyakran hallhatunk biztos tippeket adó totókulcsokról. A bonyolult számítások, a terjedelmes táblázatok a tudományosság látszatát keltve megtévesztik a nyerni akaró laikusokat, akik nemegyszer jelentős összegeket is fizetnek azért, hogy egy-egy ilyen kulcsot megszerezzenek. Az alábbiakban egy egyszerű fizikai modell segítségével azt mutatjuk meg, hogy biztos tippet adó totó-kulcsot adni lehetetlen. A totózás éppúgy a szerencsejátékok közé sorolható, mint a lottó vagy a rulett! Ezt egyébként mi sem bizonyítja jobban, mint az, hogy a totó mint vállalkozás hosszú távon mindig nyereséges.

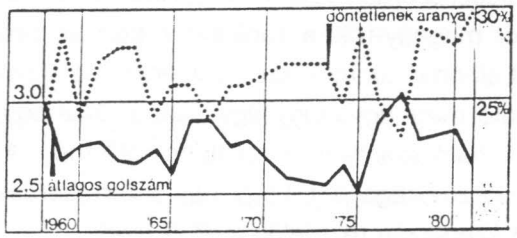
A jó tippelés nyilvánvaló feltétele a játékban résztvevő csapatok biztos ismerete, erejüknek összehasonlítása. Egy-egy csapat erősségét mi mérhetné objektívebben, mint a rúgott góljainak száma. Napjainkban azonban a gól egyre ritkább a mérkőzéseken. A labdarúgás mind keményebbé válik, a hatalmas termetű és a durvaságig kemény védőjátékosok „elsöprik" a finom cseleket alkalmazó labdaművészeket. Mi lehet az oka a „gólt nem kapni" jelszónak? Néhány országban, így nálunk is a bajnoki kiírás megváltoztatásával próbálják elejét venni a gólszegény mérkőzéseknek. (Amint láttuk ez egyelőre nem járt sikerrel.) A bajnokságban ugyanis biztonságos védekezéssel, békés döntetleneket játszva, könnyebb egy átlagos csapat számára jó helyezést elérni, mint éles támadójátékkal, a váratlan vereségek kockázatát is vállalva. Általánosan elfogadott tétel, hogy e miatt a „döntetlen is elég" szemlélet miatt nincs elég gól a labdarúgómérkőzéseken, a játék így egyre unalmasabb, a csapatok objektív összehasonlítása és az erre épülő biztos totó-tipp pedig lehetetlen. Igaz-e ez valóban? Az, hogy a döntetlenek száma növekszik, csakugyan csökkenti a gólok számát?

Jack Dowie angol szociológus statisztikailag vizsgálta a döntetlenek száma és az egy mérkőzésre jutó átlagos gólszám kapcsolatát az angol I. li-

ga mérkőzéseire vonatkozóan. Eredményét a 2.1. ábra mutatja. A grafikon az évente előforduló döntetlenek százalékos arányát és az egy mérkőzésre jutó átlagos gólszámot mutatja. Látható, hogy a döntetlenek száma és az átlagos gólszám között szignifikáns kapcsolat van: ha sok a döntetlen, kevés a gól, s megfordítva: ha sok a gól, kevés a döntetlen. *Jack Dowie* megfigyelését matematikai alakban is megfogalmazta. E szerint $P = 5{,}5 - 0{,}1\ A$, ahol P az egy mérkőzésre jutó gólok száma, A pedig a döntetlen százalékos aránya. Az összefüggés azonban nem angol sajátosság: a döntetlenek a mi hazánkban is „gyilkolják" a játékot. A 2.2. ábra a magyar NB I és NB II eredményeinek összesítése alapján készült. A görbék menete kísértetiesen hasonlít az angol bajnokságot jellemző összefüggésre.



2.1. ábra



2.2. ábra

A két bajnokság erősen eltérő színvonala, a két ország különböző társadalmi körülményei arra utalnak, hogy az egyezés mögött statisztikai törvények rejlenek, azaz a bajnokság eredményeit nagymértékben a véletlen törvényei irányítják. A következőkben ezt az elképzelést *Roman Sexl* osztrák elméleti fizikus ötlete nyomán egy egyszerű modellel szemléltetjük. A száraz, tisztán statisztikus elképzelés a kedvenc csapatukért tűzbe menni

kész szurkolókat talán egy kissé bosszantja majd, hiszen nincs benne szinte semmi a játék szépségét adó színekből, egyszerűsége ellenére azonban meglepő pontossággal világít rá az általános összefüggésekre.

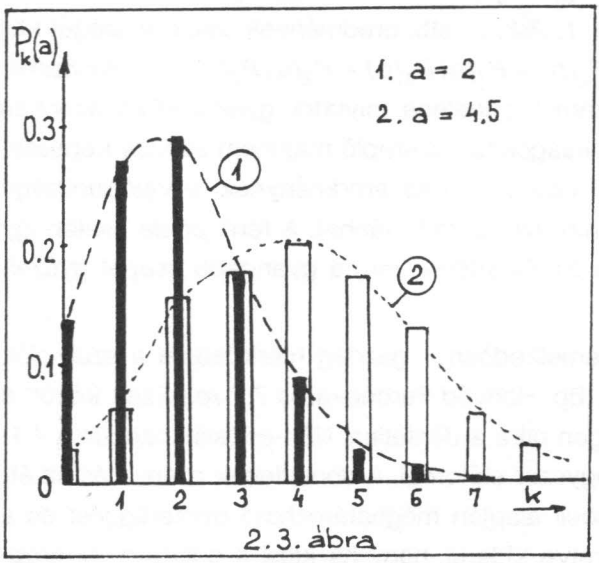
A csapatok erősségének jellemzése a mérkőzésenként lőtt átlagos gólszámmal hasonló ahhoz, ahogyan a fizikus a radioaktív anyagok erősségét jellemzi. Ez utóbbi mértéke a forráserősség – megmondja, hogy a vizsgált preparátumban egységnyi idő alatt hány radioaktív bomlás történik. A bomlás-események véletlenszerűen követik egymást. Hasonló véletlenszerűség a labdarúgásban is megfigyelhető, néha egy egész félidő, vagy akár az egész meccs alatt nincs egyetlen gól sem és akkor mondjuk az utolsó öt percben kettő is „becsúszik". A mondottak szerint a focl és a radioaktivitás jelensége közt, ha valójában igen távolinak tűnnek is, párhuzamot lehet vonni. Ez a gólok és a döntetlenek közti statisztikus kapcsolat keresésekor azért ígéretes, mert a radioaktivitás jelenségeinek statisztikus leírása igen jól kidolgozott.

Tekintsük a csapatokat egymástól független olyan „gólforrások"-nak, amelyek között a „forráserősség"-ük alapján tehetünk különbséget. Két csapat átlagos teljesítménye, „forrásereje" például a csapatok által az előző bajnoki idényben lőtt gólok átlagos számával jellemezhető, így hasonlítható össze. Tegyük fel, hogy a csapatok egy mérkőzés folyamán forráserejüknek megfelelően, de véletlenszerűen szerzik a gólokat. Ekkor a feladat valószínűségi szempontból megegyezik a radioaktív bomlás problémájával. Ahogy az adott idő alatt elbomló atomok száma ilyenkor az úgynevezett Poisson-statisztikával adható meg, ugyanúgy egy csapat által egy adott mérkőzésen rúgott gólok várható száma is ezzel tippelhető meg. A Poisson-eloszlás szerint annak valószínűsége *(P)*, hogy egy *a* forráserősségű csapat egy mérkőzésen *k* gólt szerezzen (ezt jelöljük $P_k(a)$-val)

$$P_k(a) = \frac{a^k}{k!} \cdot e^{-a}$$

ahol $e \sim 2{,}71$. A Poisson-statisztika eloszlásfüggvényét a 2.3. ábra mutatja. A grafikon vízszintes tengelyén az egy-egy mérkőzésen lőtt gólok számát

(k), a függőleges tengelyén pedig a megfelelő gólszám valószínűségét tüntettük fel. A görbe maximuma a csapat „forráserősségének" megfelelő *k* értéknél van. E szerint az *a = 2* forráserősségű csapat (amely tehát az előző bajnokságon mérkőzésenként átlagosan *2* gólt lőtt) *0* gólt *13,5 %*, *1* gólt *27 %*, *2* gólt *27 %*, *3* gólt *18 %*, *4* gólt *9 %*, *4*-nél több gólt pedig *5,5 %* valószínűséggel fog lőni.



2.3. ábra

Tegyük fel most, hogy ez az előbbi csapat *(a = 2)* egy *b = 1* forráserősségű másik csapattal játszik. Mi a valószínűsége, hogy a mérkőzés eredménye *k : l*? (Itt *k* és *l* helyére természetesen bármely pozitív egész szám beírható.) A kérdés megválaszolásához meg kell vizsgálnunk milyen valószínűséggel lő az *a* forráserősségű csapat *k*, illetve a *b* forráserősségű csapat *e* számú gólt. Mivel az egyes csapatok gólszerzési valószínűségét egymástól függetlennek tekintjük a *k : l*-es eredmény valószínűségét az előbb kiszámolt két valószínűség szorzata adja meg:

$$P_{kl} = P_k(a) \cdot P_l(b) = \frac{2^k \cdot 1^l}{k!\,l!} e^{-3}$$

Gondolatmenetünk talán leginkább megkérdőjelezhető pontja, hogy úgy számoltunk mintha a csapatok egymástól független „gólforrások" lennének, holott köztudott, hogy egy-egy mérkőzés végeredményét gyakran az eredményes védekező-játék határozza meg. Az ellenvetésben kétségtelenül van igazság, azonban nem szabad elfelejtkeznünk arról, hogy most statisztikus

megfontolásokat teszünk, az eredmények globális leírására törekszünk. Mivel a bajnokságban mindig nagyjából hasonló képességű csapatok kerülnek egymással szembe, minden csapat forráserőssége már eleve magában foglalja egy átlagos ellenfél átlagos védekezését is. A fenti példa esetén a Poisson statisztika 63 %-os eséllyel a nagyobb forráserősségű csapat győzelmét jósolja. Az eredmény tehát a várakozásnak megfelelő.

Határozzuk meg most, hogy milyen valószínűséggel játszik döntetlent ez a két csapat! Ehhez a *0:0, 1:1, 2:2, ...*, stb. eredmények valószínűségét kell összeadnunk, vagyis $P_0(a)P_0(b) + P_1(a)P_1(b) + P_2(a)P_2(b) + \ldots$ Az összegezést elvileg igen nagy számokig kellene folytatni, gyakorlatilag azonban ez fölösleges, hiszen a bajnokságokban szereplő majdnem azonos képességű csapatok között például egy *10:10*-es eredménynek a valószínűsége annyira kicsiny, hogy az szinte meg sem történhet. A fenti példa esetén így a döntetlen valószínűségére *21 %* adódik, míg a gyengébb csapat győzelmének esélye *16 %.*

Egy-egy – gólokban kiemelkedően – gazdag mérkőzésre a szurkolók évtizedekig emlékeznek (pl. Bp. Honvéd-Ferencváros 7:2-re.) Ezek között a találkozók között azonban igen ritka a döntetlen. NB I-es találkozókon a 4:4-es eredmény is évente ha egyszer előfordul. A döntetlenek aránya és az átlagos gólszám között a modell alapján meghatározható összefüggést és a bajnokságok adatait összevetve kiderül, hogy ha kicsi a gólszám, az eredményt nagyon nehéz „tippelni".

Mi lehet ennek az oka?

A statisztika erre is válaszol! A csapatok gólerejét valamely bajnokságban az előző bajnokságban lőtt átlagos gólszámmal jellemeztük. Ez az érték általában *1* és *5* között mozog. A matematikai statisztikából ismeretes, hogy a Poisson-eloszlás esetén a relatív szórás $\frac{1}{\sqrt{a}}$, így ha a forráserősség kicsiny, az eredmény nagyon bizonytalan, hiszen a relatív szórás az $a = 1$ forráserősségű csapatra $\frac{1}{\sqrt{1}} = 1$, azaz *100 %*, $a = 2$ forráserősségű csapatra $\frac{1}{\sqrt{2}} = 0{,}71$, azaz *71 %*, az $a = 5$ forráserősségű csapatra pedig

$\frac{1}{\sqrt{5}} = 0{,}45$, azaz *45 %*. Egy-egy meccsen tehát a kis forráserejű csapatok nagy valószínűséggel szereznek 80-100 százalékkal több (vagy kevesebb) gólt, mint a csapat átlagos gólereje.

Ez azonban azt jelenti, hogy a labdarúgást legalább 80 százalékban a véletlen irányítja. Így a totó valóban szerencsejáték! Bármennyire ismeri ugyanis valaki az erőviszonyokat, bármennyire pontosan tudja is meghatározni a játszó csapatok gólerejét, a tippelés a nagy ingadozások miatt erősen bizonytalan. Ez a bizonytalanság – mint a totóbotrány bizonyítja – legföljebb törvénytelen eszközökkel, vesztegetéssel szüntethető meg.

Az elmondottakból következik, hogy a sokgólos sportágak eredményei jobban tükrözik az erőviszonyokat. A mérkőzések eredményére könnyebb tippelni! Jégkorongban és kosárlabdában a világversenyeken is sokkal kevesebb a meglepetés, mint a labdarúgásban. Talán ez az oka – például – annak, hogy a labdarúgó-világbajnokságon alig-alig nyer az előzetesen legjobbnak kikiáltott válogatott. Ennek a „dicsőséges bizonytalanságnak" volt szenvedő alanya 1954-ben a magyar, 1982-ben pedig a brazil csapat. A bizonytalanság persze kedvez a szerencsejátékok szervezőinek, s a fentiek alapján talán természetes, hogy a totóban a futballmeccsekre, nem pedig a kosárlabdára tippelünk. Az is érthető, hogy a magyar totóban általában az olasz bajnokság mérkőzései szerepelnek, ahol közismerten sok a döntetlen és kevés a gól, tehát az eredmények bizonytalanabbak.

Minthogy a döntetlenek ennyire színtelenítik a játékot, sok országban adminisztratív intézkedésekkel igyekeznek a csapatokat támadóbb játékra ösztönözni. Például Angliában és az 1989/90-es bajnokságban Magyarországon is, a győzelemért három, a döntetlenért pedig továbbra is csak egy pont jár. A Szovjetunióban bajnokságonként öt döntetlent engedélyeznek egy csapat számára, a hatodikért már nem jár pont. Mindezek az intézkedések azonban nem látszanak különösen hatásosnak.

Így talán – befejezésül – az angol szociológus *Dowie* javaslatát sem érdektelen megfogadnunk. *Dowie* a döntetleneket szinte teljes mértékben kiiktatva az javasolja, hogy a döntetlen eredménnyel záruló mérkőzéseken a két pontot az a csapat kapja, amelynek a kapusa kevesebbszer ért a lab-

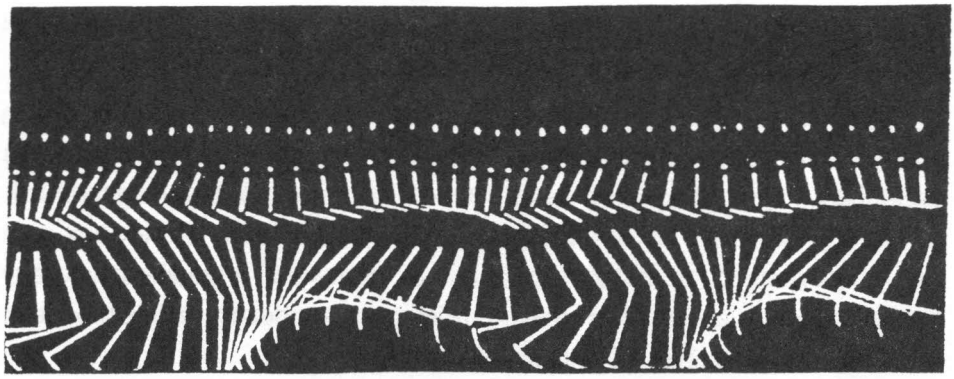
dához. Ez a csapatokat kapura lövésre ösztönözné, ugyanakkor kockázatosabbá tenné a védekező hazaadásokat. Jól kifejezné a csapatok közötti különbséget is, közben kiküszöbölné az olyan peches döntetleneket, ahol a gyengébb csapat kapusának bravúrjai mentik meg az egyik pontot.

3. Meddig javíthatók a rekordok?

Napjaink versenysportja teljesítménycentrikus. Csak az a versenyző számíthat győzelemre, aki a tudományosan megtervezett edzéstervnek pontosan eleget téve, csupán a sportnak él. Az eredmények javítása, a csúcsok megdöntése csak szívós kitartással, vasakarattal érhető el. Ezek kapcsán jogosan merül fel a kérdés, meddig fokozható ez a hajsza, vannak-e az emberi teljesítőképességnek felső határai?

Néhány sportág esetén, mint például a rövidtávfutás, a távol- és magasugrás, az eredmények felső határa a középiskolai fizika segítségével megbecsülhető. Az alábbiakban e becslések elemi gondolatmenetét követjük.

3.1. A futás



A futás fizikájával és fiziológiai hatásával már régóta foglalkoznak a szakemberek. *Archibald von Hill* már 1922-ben Nobel-díjat kapott fiziológiai vizsgálatalért. Ő foglalkozott először tudományosan a futási sebesség-