3.3. A frontális ütközés

A frontális ütközés rendkívül veszélyes, csaknem mindig halálos kimenetelű baleset, és mindig a „kicsik" számára veszélyesebb. Egy nagy tömegű teherautó vagy autóbusz szinte elsöpri a szembe jövő személyautót! Így az ütközés rövid ideje alatt a személyautó nemcsak elveszíti eredeti sebességét, hanem még ellentétes irányú sebességet is nyer. Tegyük fel például, hogy egy $M = 10\ t$ tömegű tehergépkocsi egy $m = 1\ t$ tömegű személygépkocsival ütközik. Anélkül, hogy az ütközési folyamatot részleteznénk, határozzuk meg lassulásaik arányát! Mivel az ütközés során a két gépkocsira ható erő a hatás ellenhatás törvény értelmében egyenlő, lassulásaik aránya megegyezik a tömegek arányának reciprokával, azaz

$$\frac{a_t}{a_s} = \frac{m}{M} = \frac{1}{10}$$

Ez azt jelenti, hogy a személyautó utasai sokszorosan nagyobb veszélyben vannak, mint a teherautó utasai.

A biztonsági öv hatásának elemzéséhez már pontosabb leírásra van szükségünk, azonban ez visszavezethető az előzőekben tárgyalt fallal való ütközésre. Vizsgáljuk ugyanis az ütközést a két gépkocsi közös tömegközéppontjához rögzített koordinátarendszerben. Mivel az ütközés során csak belső erők hatnak a tömegközéppont sebessége nem változik, tehát zérus marad. Ebben a koordinátarendszerben a két gépkocsi saját tömegközéppontja éppen a teherautó S_t és a személyautó S_s deformációjának összegével közeledik egymáshoz. A közös tömegközépponthoz képest azonban az egyes tömegközéppontok elmozdulása nem egyezik meg a megfelelő karosszériák behorpadásával! A tömegközéppont tétel értelmében a teherautó tömegközéppontja

$$z_t = \frac{m\left(s_t + s_b\right)}{m + M}$$

a személyautóé pedig

$$z_{sz} = \frac{M\left(s_t + s_b\right)}{m + M}$$

távolsággal mozdul el.

Az egyes autók deformálódása pontosan úgyanúgy zajlana le, mint a valóságban, ha a járművek közös tömegközéppontjába egy falat képzelnénk és karosszériáik deformálódását z_t illetve z_s-re módosítanánk, ütközési sebességként pedig a tömegközépponthoz képest adódó

$$w_t = \frac{m\left(v_t + v_s\right)}{m + M}$$

illetve

$$w_{sz} = \frac{M\left(v_t + v_{sz}\right)}{m + M}$$

sebességet használnánk.

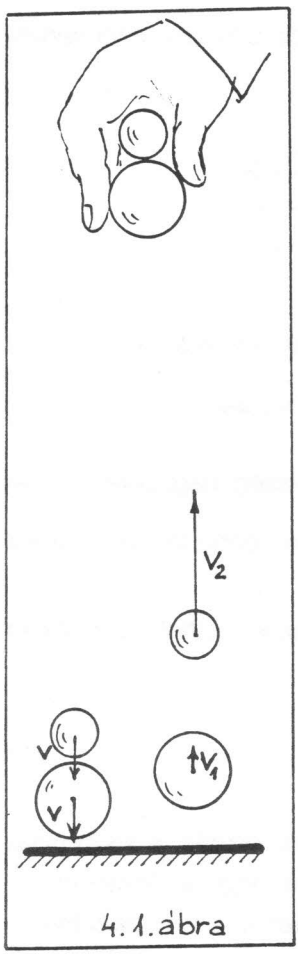
3.4. Apróság-e a koccanás?

A járművek ütközése szinte kifogyhatatlanul szolgáltatja a bonyolultabbnál bonyolultabb mechanikai problémákat. Befejezésül egy apróságnak tűnő és mégis gyakran komoly sérülést okozó helyzettel foglalkozunk.

Nem ritka baleset, hogy egy – például piros lámpánál álló – autóba viszonylag kis sebességgel beleszalad a mögötte haladó. A látszólag jelentéktelen koccanás következménye gyakran agyrázkódás. Az álló autó vezetőjét a hátulról jövő lökés váratlanul éri, s míg testét az ütés a gépkocsival együtt gyorsítja, feje a tehetetlenség következtében hátracsuklik. (Ezt akadályozhatja meg a fejtámasz!) Természetesen ezután a megfeszülő nyakizmok vagy az ülés támlája a fejet is az autó sebességére gyorsítja, ez a

gyorsítás azonban rendkívül rövid úton történik. Ha a meglökött autó *5 km/ó* sebességgel lódul előre, s a fej gyorsítása *5 cm*-es úton következik be, a gyorsulás *1,9 g*. Amennyiben az autó *10 km* sebességgel indul meg, ez az érték már *7,6 g, 20 km/ó* induló sebesség esetén pedig *30 g*. Ez utóbbi eléri az ökölvívók fejének a legnagyobb ütések hatására bekövetkező gyorsulását. Egy ilyen koccanás tehát egy k.o-val ér fel!

4. A megsokszorozott energia



4.1.ábra

Végezzük el a következő egyszerű kísérletet: Egy tömör gumilabda (trükklabda) fölé tegyünk egy ping-pong labdát és ejtsük le azokat a 4.1. ábrán látható módon úgy, hogy együtt essenek. A kísérlet váratlan eredménnyel jár! A gumilabda szinte fellövi a ping-pong labdát! A ping-pong labda az ejtési magasságnak három-négyszeresére is felrepülhet, ugyanakkor az alsó gumilabda csak igen kicsit ugrik.

Hogyan értelmezhető a meglepő eredmény?

A labdák talajra érkezésekor nyilvánvalóan többszörös ütközés zajlik le. Először a gumilabda érkezik a padlóra majd onnan visszapattanva azonnal ütközik az éppen leérkező ping-pong labdával. Az egyszerűség kedvéért tételezzük fel, hogy minden ütközés tökéletesen rugalmas. Legyen a tömör gumilabda tömege *M*, a ping-pong labdáé pedig *m*. Az eredeti ejtési magasságot jelöljük *h*-val. A labdák ennek megfelelően

$$v = \sqrt{2gh}$$

sebességgel érkeznek a talajra. A tökéletesen rugalmas ütközés miatt a gumilabda ugyanakkora

sebességgel pattan fel onnan. Így az azonos sebességgel szembe találkozó *m* és *M* tömegű labdák rugalmas ütközését kell még megvizsgálnunk.

Ebben az esetben érvényes mind a mechanikai energia, mind az impulzus megmaradás törvénye, azaz

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Mv^2 = \frac{1}{2}mu_1^2 + \frac{1}{2}Mu_2^2$$

és

$$mv - Mv = mu_1 + Mu_2$$

ahol u_1 és u_2 rendre a ping-pong, illetve a gumilabda ütközés utáni sebessége. Az egyenletrendszerből:

$$u_1 = -\frac{3\frac{M}{m} - 1}{\frac{M}{m} + 1}, \qquad u_2 = -\frac{\frac{M}{m} - 3}{\frac{M}{m} + 1}$$

A negatív előjel azt jelenti, hogy az ütközés után mindkét labda felfelé mozog. Ha a labdák tömegarányát *10:1*-re becsüljük, akkor $u_1 = \frac{29}{11}v$ és $u_2 = \frac{7}{11}v$. Mivel az emelkedés magassága a sebesség négyzetével arányos, látható, hogy ilyen tömegarányok mellett, a ping-pong labda az ejtési magasságnak majdnem kilencszeresére emelkedik.

Kissé bonyolultabb, de hasonló számítással végigkövethető a részben rugalmas ütközés folyamata is!

5. Forgás és lendület

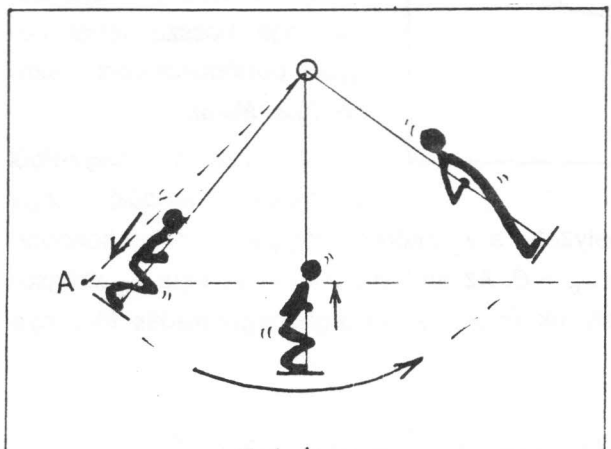
A középiskolai fizikaórákon a forgómozgás, a forgási rezgés, a síkmozgás jelenségeit speciális kísérletek alapján tanítjuk. Tudva, hogy a törvények alkalmazása általában csak „steril" fizikapéldákon történik, a következőkben

néhány a tanórai fizikától látszólag távolinak tűnő jelenséget elemzünk. Megmutatjuk, hogy az iskolában tanult törvények segítségével a játszótéri hintázás, a cirkuszi légtornászok mutatványai éppúgy megmagyarázhatók, mint az a közismert tény, hogy a macska mindig a talpára esik.

5.1. Hogyan hajtjuk a hintát?

A bölcsődés kisgyermeket az édesanyja beülteti a játszótéri hintába, majd finom lökésekkel biztosítja, hogy a lengés fennmaradjon. Óvodás korára a legtöbb gyerek megtanulja egyedül „hajtani" a hintát, külső segítőre nincs már szüksége. A törzs és láb ritmusos előre-hátra mozgatásával a hinta nemhogy nem csillapodik, hanem kilengése még nő is.

Nagyobb gyerekek szívesen hintáznak állva. Alkalmas pillanatban leguggolva, majd kiegyenesedve a lengési amplitúdó gyorsabb ütemben növelhető mint ülve. Régebben a városligeti Vurstli kedvelt játékszere volt a „hajóhinta". A hinta ülőkéjét itt fémlemezből készült kétszemélyes gondola helyettesítette, amit a hinta állványzatára csapágyazott vasrudak függesztettek fel. Ha két ügyes és bátor legény állt be a hajócskába, úgy meg tudta hajtani, hogy a hinta teljesen átfordult, sőt függőleges síkban foylamatosan forgott. Az ilyen átfordulás nem teljesen veszélytelen, így ez a fajta hinta a Vidám Park-ból átkerült a cirkuszba, ahol profi artisták ejtik vele ámulatba a közönséget.

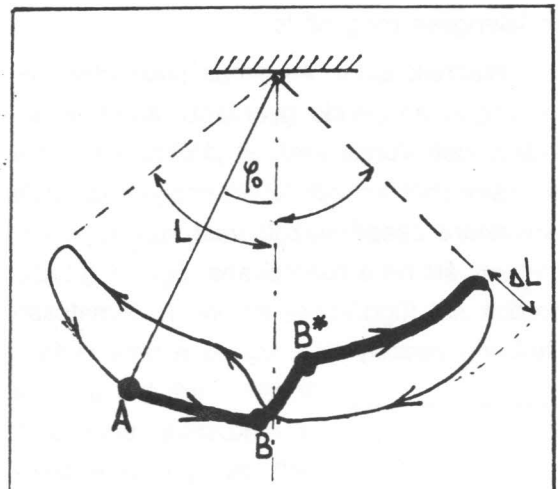


5.1. ábra

Az elmondottak alapján sok olyan érdekes kérdés vethető fel, amely a középiskolai fizika segítségével megválaszolható. A következőkben ezek közül választottunk ki egyet; arra keressük a választ,

hogy hogyan tudja a hintázó külső segítség nélkül egyre magasabbra hajtani a hintát?

Tegyük fel, hogy a játszótéri hinta már lengésben van és a rajta állva hintázó gyerek éppen az 5.1. ábrán bemutatott módon a szélső *A* pontból most indul visszafelé. Mit kell tennie, hogy a hinta a túloldalon magasabbra emelkedjék? Tapasztalatból tudjuk, hogy ez akkor sikerül, ha a gyerek, miközben a hinta egyensúlyi helyzetéhez közeledve lefelé halad, térdeit behajlítva leguggol, majd amikor a hinta újból emelkedni kezd, ismét feláll. A lengés minden fél periódusában megismételve a guggolást és felállást a hinta kitérései nőnek.



5.2. ábra

A jelenség fizikájának értelmezéséhez tekintsük a hintát és a gyereket egyetlen tömegpontnak (tömegközéppont). A lengő hinta így matematikai ingaként tárgyalható. Amikor a hintát hajtó gyerek leguggol, illetve feláll, a tömegközéppont süllyed, illetve emelkedik, a hintát modellező matematikai inga hossza tehát negyed periódusonként változik (5.2. ábra).

A szélső helyzetből visszafelé lendülő inga hosszát jelöljük $L + \Delta L$-lel, helyzetét a φ_0 kitérési szöggel. A szélső holtpontban az inga szögsebessége $\omega_0 = 0$. Az alsó *B* pontban az inga ω_B szögsebességgel rendelkezik, amelynek értéke az energiamegmaradás törvénye alapján kiszámítható

$$\frac{1}{2} mg \left(L + \Delta L\right) \left(1 - \cos \varphi_0\right) = \frac{1}{2} m \left[\left(L + \Delta L\right) \omega_B\right]^2$$

A közel függőleges B - B^* szakaszon az inga hossza lecsökken (a hintázó tömegközéppontja felemelkedik). Mivel azonban a külső erő hatásvonala jó közelítéssel a tengelyen megy át, az impulzusmomentum ennek során nem változhat meg, azaz

$$m\left(L + \Delta L\right)^2 \omega_B = mL^2 \omega_B^*$$

amiből következik, hogy az inga szögsebességének növekednie kell.

Az inga ω_B^* megnövelt szögsebességgel, azaz megnövelt mozgási energiával lendül át a túlsó oldalra. Ezután már érvényes az energiamegmaradás törvénye, s ennek értelmében az inga szélső helyzetét jelző φ_1 nagyobb lesz, mint φ_0. A számításokat elvégezve a szögek szinuszára az

$$\sin\left(\frac{\varphi_1}{2}\right) = \sin\left(\frac{\varphi_0}{2}\right)\left(1 + \frac{\Delta L}{L}\right)^{3/2}$$

összefüggést kapjuk.

Teljesen azonos gondolatmenet alapján határozható meg a hinta φ_2 kitérése az indulási oldalon egy teljes lengés után, illetve rekurzív módon tetszőleges N lengés megtétele után. Egy teljes lengés esetén

$$\sin\left(\frac{\varphi_2}{2}\right) = \sin\left(\frac{\varphi_1}{2}\right)\left(1 + \frac{\Delta L}{L}\right)^{3/2} = \sin\left(\frac{\varphi_0}{2}\right)\left(1 + \frac{\Delta L}{L}\right)^{3}$$

N teljes lengés után

$$\{\sin\left(\frac{\varphi_{2N}}{2}\right) = \sin\left(\frac{\varphi_0}{2}\right)\left(1 + \frac{\Delta L}{L}\right)^{3N}$$

A fenti egyszerű gondolatmenet segítségével kiszámítottuk a kitérési szög változását, a jelenség fizikai magyarázatával azonban még adósak vagyunk. E kérdés megválaszolásakor nem szabad figyelmen kívül hagyni,

hogy a hinta és a gyerek nem egyetlen tömegpont, hanem valójában pontrendszer. A pontrendszerre vonatkozó munkatétel szerint a rendszer energiáját mind a külső, mind a belső erők munkája megváltoztathatja. A hinta és hintázó energianövekedését az a „belső" munkavégzés okozza, amelyet a hintázó gyerek végez amikor a *B* pontban felemeli a rendszer tömegközéppontját. Számítsuk ki ezt a munkát és gondolatmenetünk helyességének igazolására vessük össze azzal a kinetikus energia-változással, amelyet a fent használt impulzusmomentum megmaradás alapján számított ω_B^*-gal és ω_B-vel írhatunk fel!

A mozgási energia növekedése

$$\Delta E = \frac{1}{2} m L^2 \omega_B^* - \frac{1}{2} m \left(L + \Delta L\right)^2 \omega_B^2$$

Beírva ide ω_B^* értékét a

$$\Delta E = \frac{1}{2} m \left(L + \Delta L\right)^2 \omega_B^2 \left[\left(\frac{L + \Delta L}{L}\right)^2 - 1\right]$$

összefüggés adódik. A munkatétel értelmében ezt az energianövekményt a testre ható összes erők munkája fedezi. (Ebbe természetesen a belső erők munkája is beleértendő.) A belső erők munkájának meghatározásához a hintázó gyerek tömegét gondolatban egyesítsük a tömegközéppontban. Ekkor a tömegközéppont energianövekménye a lábak által kifejtett *K* erő és az *mg* nehézségi erő eredőjének munkájával egyenlő. Mivel *K* megegyezik a hintától kifejtett kényszererővel, a mozgásegyenlet szerint:

$$K - mg = m\frac{v^2}{l}$$

Tehát a munkavégzés:

$$W = \int_{L+\Delta L}^{L} \left(K - mg\right) dl = \int_{L+\Delta L}^{L} m\frac{v^2}{l} dl$$

Tudjuk azonban, hogy a szögsebesség az impulzusmomentum megmaradás miatt az

$$\omega = \left(\frac{L + \Delta L}{L}\right)^2 \omega_B$$

összefüggés szerint változik. Ennek felhasználásával a munkavégzésre

$$W = \frac{1}{2} m \left(L + \Delta L\right)^2 \omega_B^2 \left[\left(\frac{L + \Delta L}{L}\right)^2 - 1\right]$$

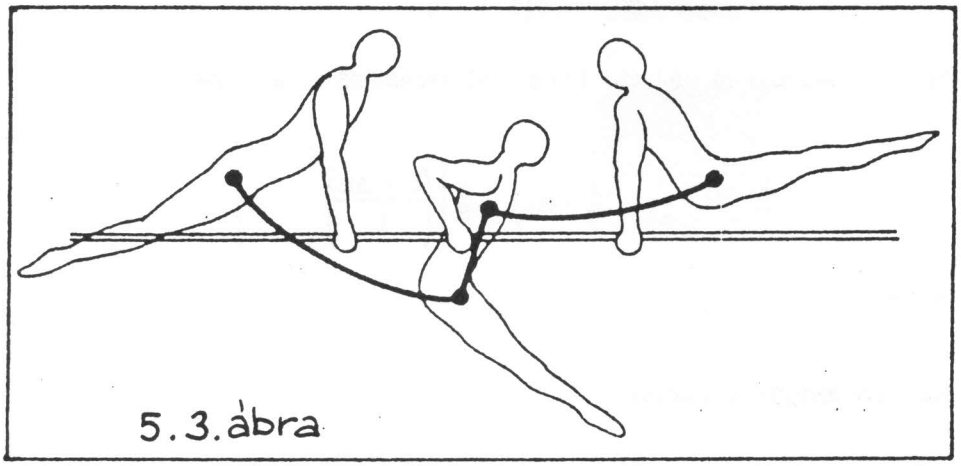
adódik.

5.2. Saslengés korláton

A hintázás fizikájához hasonlóan elemezhető a férfi szertorna egyik alapeleme, az ún. saslengés. A saslengés során a tornász nyújtott támaszból hajlított támaszon keresztül ismét nyújtott támaszba lendül. A mozgás akár előre, akár hátrafelé végrehajtható. A mozgássor segítségével nagyobb kitérésű lengések érhetők el, s egyre nagyobb mozgási energia szerezhető. A jelenség értelmezése hasonló a hintázásnál elmondotthoz. Az energianövekedést a tornász izommunkája biztosítja, mikor lengés közben ütemesen emeli és süllyeszti tömegközéppontját.

Kövessük végig a tornász súlypontjának mozgását egy lengési szakaszon keresztül (5.3. ábra)! A lengés egyik holtpontján egy pillanatra megálló tornászt a nehézségi erő nyomatéka hozza lengésbe. Mozgási energiájának növekedését a súlypont süllyedéséből származó helyzeti energia csökkenés fedezi. A karhajlítással a tornász, súlypontját – a merev test lengéséhez képest – még lejjebb engedi. Így az alsó pontban sebessége nagyobbá válik, mintha csak egyszerűen lengene. Ekkor – a függőleges testhelyzeten áthaladva – kell karjait ismét kinyújtania. A karnyújtás hatására súlypontja úgy

kerül magasabbra, hogy közben sebessége nem változik. Nyilvánvaló tehát, hogy a súlypont leengedésével szerzett többletenergia miatt a túlsó oldalon magasabbra lendül, mint ahol kiindulási helyzetében volt. A visszalendülés fél szakaszában ugyanez ismétlődik.



5.3. ábra

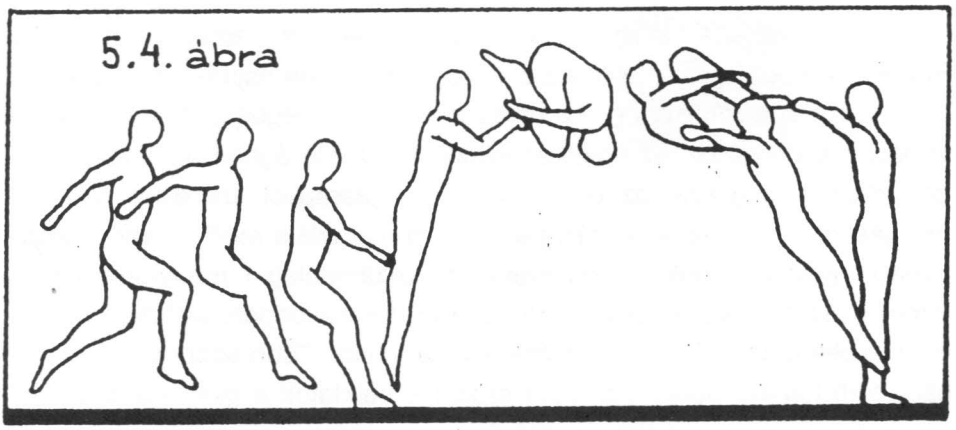
Hétköznapi tapasztalataink és a velük összhangban levő iménti elemzés azt mutatják, hogy a hintázáshoz, saslengéshez nem elegendő pusztán a karnyújtáshoz szükséges erő, hanem ha „el akarjuk kapni" a mozgás ütemét, jó ritmusérzékkel is bírnunk kell.

Az inga lengésidejét megszabó jellemző érték (paraméter) az inga hossza (fizikai inga esetén az úgynevezett redukált hossz). A hintázó gyermek, a saslengést végző tornász úgy jön lengésbe, hogy e paramétert a lengési frekvenciához képest kétszeres sűrűséggel ütemesen változtatja. Ezt a jelenséget *parametrikus rezonanciának* nevezzük, s nemcsak a mechanikai rezgésekben, hanem a fizika számos más területén is hasznosítjuk.

5.3. A szaltó titka

Mindannyian lélegzetvisszafojtva figyeljük a cirkusz kupolájában dolgozó légtornászokat, de csodálattal nézzük a felemáskorlátról vagy a gerendáról leugró tornászlányoknak szinte a tömegvonzást meghazudtoló repülését is.

Az avatatlan néző időnként csak a tévé képernyőjén lassítva megismételt gyakorlaton tudja igazán nyomon követni az artista vagy tornász testének csavarodását és forgását. A szép ugrások fizikája érdekes kérdéseket rejt magában. Hogyan képes a levegőben mozgó tornász pusztán a nehézségi erő hatására testhelyzetét megváltoztatni? Mitől gyorsul, majd lassul ismét a forgása?



Kövessük végig a szaltómozgás jellegzetességeit a talajtornának egyik viszonylag egyszerű elemén, az előreszaltón. A mozgássort a 5.4. ábránk mutatja. A tornász néhány lépés nekifutás után páros lábra ugrik, s ebből rugaszkodik el. Az elrugaszkodás előtt a karjai hátralendülnek, s a teste enyhén hátradől. Elugráskor a karjai előrelendülnek, majd az emelkedés legmagasabb pontja előtt a tornász zsugorhelyzetet vesz föl, s ebben a helyzetben a testének súlypontján átmenő keresztengely körül teljes fordulatot végez. A forgás után nyitás következik, azaz a test kinyúlik, s a sportoló ebben a helyeztben enyhén hajlított térdekkel érkezik vissza a talajra.

A teljes fordulathoz szükséges perdítő hatást a tornász az elrugaszkodáskor kapja – repülés közben forgásmennyisége már voltaképp állandó. (A légellenállás fékező hatásától eltekinthetünk.) Jól látható azonban, hogy a tornász forgásának szögsebessége az ugrás során változik, a teljes fordulat nagy része a zsugorhelyzetre jut. Ennek az a magyarázata, hogy az ugrás során állandó perdület nemcsak a szögsebességtől, hanem a test forgási te-

hetetlenségétől (tehetetlenségi nyomatékától) is függ. A forgási tehetetlenség akkor nagyobb, ha a test pontjai távolabb vannak a forgástengelytől. A zsugorhelyzetbe gömbölyödő tornász forgási tehetetlensége csökken, ezért szögsebessége megnő. Megfelelő elfordulás után a tornász ismét kiegyenesedik, forgása lelassul. A zsugorhelyzet felvételének és a kiegyenesedésnek az időzítése nagyon fontos, hiszen a tornász a rendelkezésre álló igen rövid idő alatt csak így hajthatja végre pontosan a fordulatot.

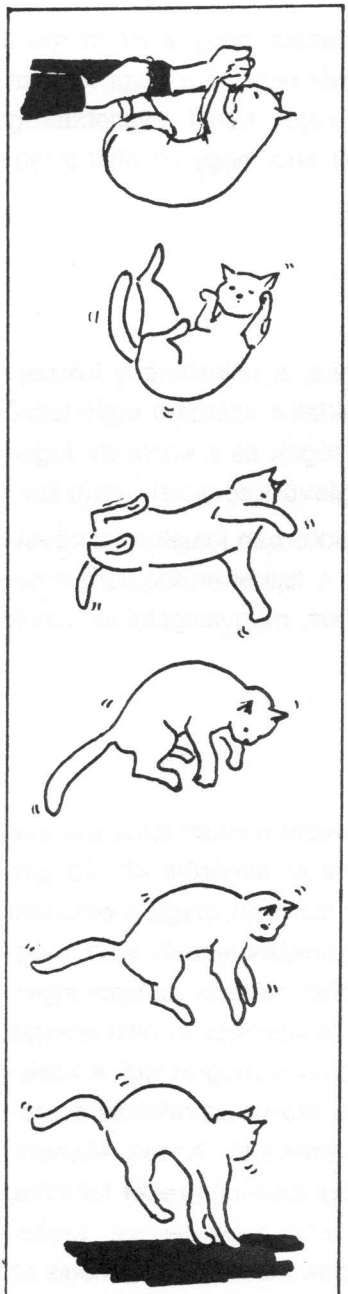
A szaltó időtartamát az elrugaszkodás szöge és sebessége szabja meg. Repülés közben ugyanis a tornász súlypontja a ferde hajítás törvényei szerint, parabolapályán mozog. Az ugrás időtartama megbecsülhető például a tornász súlypontjának az emelkedéséből. A leszálló ágban ugyanis a mozgás ideje megegyezik az ugyanakkora magasságból szabadon eső test mozgásának idejével. A hajítási parabola szimmetriája miatt a szaltó időtartama nagyjában ennek a kétszerese. Ha hozzávetőleg *1* méternyi súlypontemelkedést tételezünk fel, az ugrás idejére *0,9* másodperc adódik. Az utóbbi években a szaltók egyre látványosabbá váltak. Több sportoló dupla, néhány férfi tornász pedig már tripla szaltót is beiktatott a gyakorlatába.

Befejezésül még néhány érdekességet említünk a szaltókkal kapcsolatban. Az átforduláshoz szükséges forgásmennyiség nemcsak az elrugaszkodáskor szerezhető meg. Az is segíthet például, ha a sportoló még a talajon (szeren) támaszkodva erőteljes karkörzést végez. A karok forgatásával szerzett perdület a levegőben a karok megállításával az egész test forgásmennyiségévé alakítható.

A tornász, mint láttuk meglevő forgásmennyiségének birtokában a levegőben is gyorsíthatja, illetőleg lassíthajtja szögsebességét.

A tornász azonban a perdület híján, pusztán belső erők segítségével is elfordulhat. Ezek az elfordulások azonban a levegőben mindig véges nagyságúak, folyamatos forgás nem jöhet létre. Ilyen típusú elfordulásoknak lehet eredménye például szaltó közben a hossztengely körüli csavar.

Ezt az eljárást alkalmazzák ösztönösen a „talpraesés" született mesterei, a macskák is. Az 5.5. képsor a Science et Vie c. folyóiratban közölt fotósorozat rajzos másolata arról, hogy egy lábainál fogva leejtett macska hogyan fordul meg a levegőben.



5.5. ábra

A képsor második és harmadik ábrája mutat rá a macska mozgásának a lényegére. A második ábrán jól látható, hogy a macska első lábait behúzza és közben testének első részét erőteljesen elfordítja. Ennek hatására a test hátsó része természetesen ellentétes irányba csavarodik. A kinyújtott hátsó lábak miatt azonban a test hátsó része jóval kisebb mértékben fordul el mint az első.

Ezután, amint ez a harmadik képen jól látható, a hátsó lábait behúzza és az elsőket kinyújtja. Most a test hátsó részét csavarja el hossztengelye mentén! Ennek hatására természetesen testének első része kissé visszafordul – a visszafordulás csekély, hiszen a kinyújtott első lábak miatt most e testrész tehetetlenségi nyomatéka a nagyobb.

Ezzel az eljárással a macska gyakorlatilag két ütemben képes a *180°* nagyságú elfordulás végrehajtására, s ezután már csak egyensúlyozva tartania kell ezt a helyzetet. Végül a talajra érkezés előtt a macska az előző eljárást ismételve kinyújtott farkát és testének hátsó részét felrántva első lábbal érkezik a földre.

Érdemes még megemlíteni, hogy a nagy magasságból földet érő macskák nagy valószínűséggel „megússzák" a zuhanást. Egy állatklinikán *115* macskát vizsgáltak meg, amelyet *6* és *100 m* közötti magasságból ejtettek le. A *115*-ből *104* élte túl az esést. Érdekes az is, hogy a magasság növekedtével csak 21 m-ig növekedett a sérülések súlyos-

sága, azután már csökkent. Ennek az a magyarázata, hogy a *21 m* feletti esési magasságoknál a macska végsebessége már nem nő a magassággal, a közegellenállás hatására már beáll a *100 km/h* körüli végsebesség. Ugyanakkor a hosszú esés elegendő időt biztosít arra, hogy az állat a legkedvezőbb testhelyzetben érkezzen a talajra.

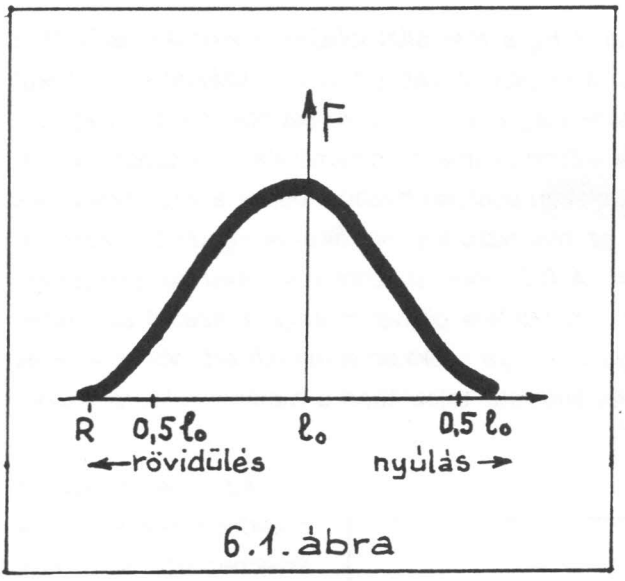
6. Erő-izom

Alapvető fizikai fogalmaink közül az erő, a munka, a teljesítmény köznapi jelentéssel is bír. Nem kis problémát jelenthet diákjaink számára egyértelmű matematikai egzaktsággal definiált fizikai mennyiségek és a köznyelv fogalmainak megkülönböztetése, illetve a köztük meglevő kapcsolat tisztázása.

Az erő fogalma már egészen kicsiny gyermekkorban kialakul és követlenül az erőérzeten, izmaink erőkifejtésén alapul. A fizikai erőfogalom ismeretében tanulságos ismét visszatérni az izomerőhöz, megvizsgálni az izmok működését, mechanikai tulajdonságait.

6.1. Az izomműködés lényege

Az izom bonyolult összetett rendszer. Az élő szervezet minden izma sok-sok párhuzamos izomrostból tevődik össze. Egy izomrost átmérője kb. *50 μm*, hossza néhány mm-től fél méterig is terjedhet. Az izomrost maga is összetett – sajátosan szerveződő óriásmolekulákból áll. Az óriásmolekulák közt, megfelelő fizikai-kémiai feltételek esetén (ezek létrejöttét nevezik az izom ingerlésének) erős kötések jöhetnek létre. E kötések kialakítása kémiai energia befektetést igényel. A kötések létrejöttekor az izomrost megrövidül. A közismert izomerő e hosszváltozással kapcsolatos. Az erő-hosszváltozás összefüggés a szervezetből kipreparált izmokon megmérhető. Annak ellenére, hogy a kipreparált izmok működése, a mennyiségi paramétereket tekintve, nem teljesen azonos az élő szervezetbe beépült izom működésével, továbbá a különböző izmokat összehasonlítva is adódnak különbségek, mégis az izomerő és a rost hosszúság változása közti kapcsolatra az 6.1. ábra grafi-



6.1. ábra

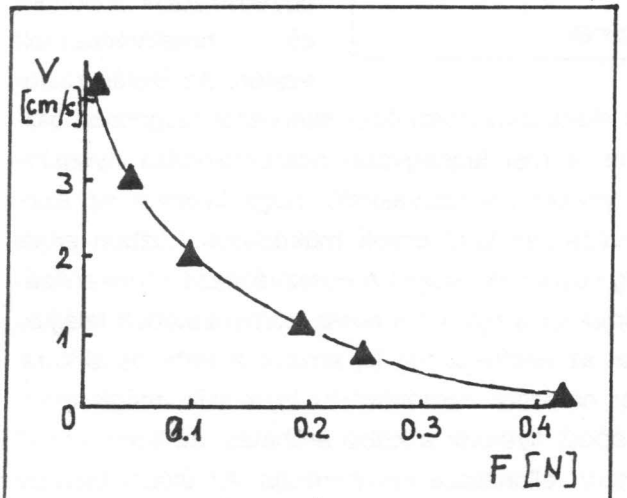
konja általánosságban jellemző. A koordináta rendszer függőleges tengelyén az erőt, vízszintes tengelyén a rost százalékos hosszváltozását tüntettük fel.

A grafikonról leolvasható, hogy az összehúzódásra ingerelt izomrost mekkora külső nyújtóerőt képes kiegyensúlyozni különböző hosszváltozások esetén. Az izolált rostokon végzett mérések és az elektronmikroszkópos szerkezetvizsgálatok összecsengő tanúsága szerint, a rost legnagyobb összehúzódása nyugalmi hosszának *50-60 %*-a. A grafikonról leolvasható, hogy ilyenkor az izom erőkifejtése zérus. (A szervezetben lévő izmok működésük közben ennél lényegesen kisebb mértékig húzódnak össze.) A hosszváltozás csökkenésével az izom ereje nő, maximumát a nyugalmi hossz környezetében találjuk. A görbe jobb oldala azokat az eseteket írja le, amikor a terhelés akkora, hogy bár az izomrost inger hatására összehúzódni igyekszik, mégis megnyúlik eredeti hosszához képest. Ilyenkor a külső erőhatást az izom „aktív" ereje és a rostanyag „passzív" ellenállása kompenzálja. Az utóbbi passzív erőn azt az erőt értjük, amely az inger nélküli nyújtott izomrostban ébred. Az izomrost hosszváltozás-erő grafikonja erősen emlékeztet az iskolában tanult cosinus-függvényre.

Konkrét kísérleti adatok alapján igazolták, hogy az ingerelt izomrost által kifejtett *F* erő az

$$F = F_0 \cos \frac{2\Pi r}{R}$$

függvénnyel adható meg, ahol F_0 a rost által kifejtett maximális erőt, R a maximális nyújthatóságot, r a hosszváltozás pillanatnyi százalékos értékét jelöli. Az 6.1. ábra csak sztatikailag írja le az izomrost-hossz – erő kapcsolatot, igen fontos azonban a mikrofolyamatok dinamikája is. A tapasztalatok szerint egy ingerelt rost terheletlen esetben húzódik össze a leggyorsabban. A terhelés növekedésekor az összhúzódás mértékével együtt az összehúzódási sebesség is csökken. A 6.2. ábra az izom rövidülési sebességének terheléstől való függését, az ún. Hill-féle görbét mutatja. E szerint az összehúzódó izom mechanikai teljesítménye csökken a terhelő erő növekedtével. (Vesd össze „Eredmények és esélyek" fejezetben a maximális futási sebesség becslésével!)



6.2. ábra

Az izomrostokról mondottakból kiindulva értelmezhető az izmok viselkedése. Sok-sok párhuzamos izomrost megrövidülése az egész izom megrövidülését eredményezi, a teljes izomerő a rostok által kifejtett erők összege. Igen érdekes az izomrostok közti „munkamegosztás. Ennek megvilágítására vizsgáljuk meg mi történik, ha az izom fokozatosan növelt külső terhelés ellen dolgozik. Amíg a leküzdendő erő kicsi, az izom rostjai közül csak kevés ingerlődik és húzódik össze. Az egyes rostok összehúzódása csak rövid ideig tart, ezután más izomrostok veszik át szerepüket és az előbbiek „pihennek", majd ismét csere következik. A terhelés növekedtével egyre több rost egyidejű működésére van szükség, és az ismételt ingerek is gyakoribbá válnak. Maximális erőkifejtés esetén a rostokat

olyan sűrűn éri az inger, hogy azok tartósan összehúzódott állapotba kerülnek. Az izmok ilyen állapotában beszélünk tetanuszos görcsről.

6.2. Hétköznapi tapasztalatok – egyszerű magyarázatok

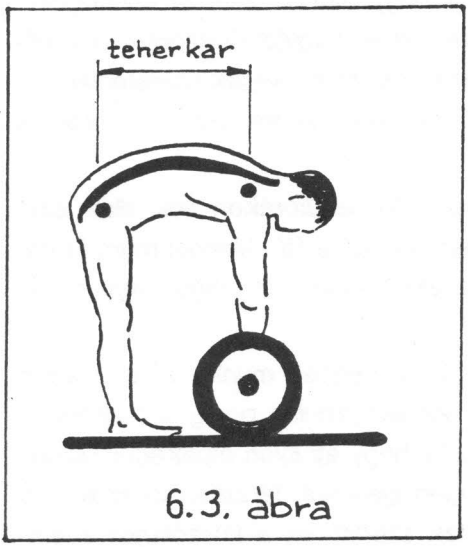
Az izmok működéséről mondottak után néhány közismert jelenséggel és annak egyszerű értelmezésével foglalkozunk.

Általános nézet, hogy a jól fejlett izomzathoz nagy izomerő tartozik. A tapasztalatokon alapuló tény egyszerűen magyarázható, ha figyelembe vesszük, hogy az imponáló izomkötegek is átlagos izomrostokból állnak. Az izomrostok vatagsága és a vázizomzat *1* négyzetcentiméternyi keresztmetszetére eső izomrostok száma minden embernél nagyjából azonos. (*1* cm^2-nyi keresztmetszetben 10^{10} rost található.) Az izomkötegek méretének növekedése az izomrostok számának növekedését jelenti. Az izom ereje a rostok által kifejtett erők összege.

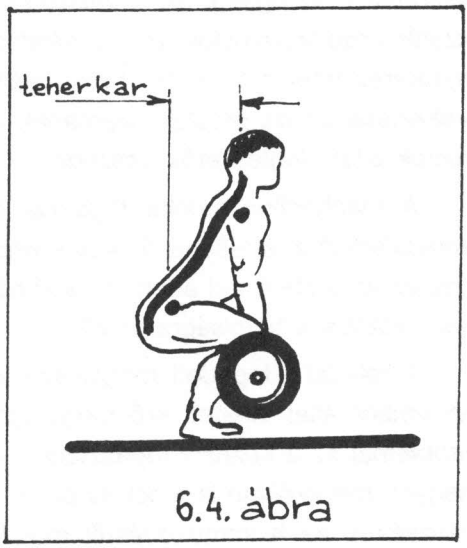
A mechanikai munka fogalmát bevezető fizikaórákon sok diák elbizonytalanodva, értetlenül áll egy közismert feladat előtt; „Mennyi munkát végez az az ember, aki adott tömegű hátizsákját vízszintes talajon, egyenletesen haladva *s* távolságra viszi?"

A feladat elfogadott megoldása szerint a végzett munka zérus, hiszen az ember által kifejtett erő függőleges, az elmozdulás pedig vízszintes. A problémát az a köznapi tapasztalat okozza, hogy az ilyen cipekedés bizony nagyon megerőltető is lehet és az út végén igencsak fáradtan tesszük le a hátizsákot. Az izomműködésről mondottak szerint, ez a látszólagos ellentmondás könnyen feloldható. A teher emelésekor az izmok tartósan erőt fejtenek ki. Ez olymódon történik, hogy időről időre újabb izomrostok kerülnek ingerhatás alá és húzódnak össze, miközben a korábban összehúzódott rostok ellazulnak. Az aktivizálódó izomrostok összehúzódásuk során munkát végeznek. Munkavégzés tehát valóban van, fáradtságunk jogos. Az izmok munkája a terhelés nagyságától és az izomrostok megfeszülési-elengedési frekvenciájától és ezen keresztül a teher emelésének idejétől függ. A munkavégzés azonban nincs kapcsolatban a cipelési távolsággal. Lényegében hasonló munkát végzünk akkor is, ha álliva tartjuk a terhet.

Köztudott, hogy egy-egy nehezebb tárgy felemeléséhez nemcsak izomerő, hanem ügyes technika is szükséges. A 6.3. és 6.4. ábra a helytelen és a helyes emelési technikát illusztrálja. Az első esetben az egyenes térdekkel, mélyen előrehajló törzzsel történő emelésnél az ágyékcsigolya körüli izmok igénybevétele igen nagy, hiszen ezen izmok összehúzódásából adódó erőnek kell kiegyensúlyozni a csípőízülettől, mint forgásponttól távol levő teher forgatónyomatékát. Ilyen emelés esetén nagy a deréksérülés veszélye. A 6.4. ábrán bemutatott helyes technika kíméli a gerinc melletti izmokat. A hát egyenes, a térdek hajlítottak, a teherkar a lehető legkisebb. Ebben a helyzetben a hátizmok helyett a jóval erősebb combizmok játszák a döntő szerepet.



6.3. ábra

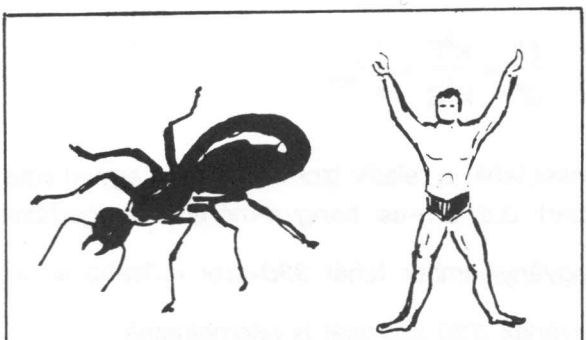


6.4. ábra

6.3. Egy meglepő összehasonlítás – Ki az erősebb az ember vagy a hangya?

Az első pillanatban komolytalannak tűnő kérdésre nem is olyan egyszerű válaszolni. Triviális ugyan, hogy abszolút értelemben az ember sokkal erősebb, mint egy hangya, a válasz azonban mégsem igazán elfogadható. Ezt

azonnal érezzük, ha figyelembe vesszük, hogy a parányi hangya testsúlyának ötvenszeresét képes elcipelni, míg egy átlagember a saját súlyának megfelelő terhet is alig bírja el. Legyen hát az összehasonlítás alapja a felemelt teher és a saját súly aránya? El kell ismernünk, hogy ötvenszer gyengébbek vagyunk egy hangyánál? Nem! Ez utóbbi állítás sem helytálló, mert a testsúllyal normált erő csak közel azonos testméretek esetén minősít. A következő rövid gondolatmenet azt bizonyítja, hogy ha az embert arányai megtartásával hangya-méretűre zsugorítanánk (6.5. ábra), akkor az ember mintegy ötször akkora terhet bírna el, mint a hangya.



6.5. ábra

Tegyük fel, hogy az ember saját testsúlyát emeli fel, relatív izomereje tehát

$$f_{rel} = \frac{F}{G}$$

ahol *F* a felemelt teher, *G* az ember súlya. A képzeletbeli összezsugorodás hatására az ember lineáris méretei k-szorosra változnak *(0 < k < 1)*.

A kísérleti tapasztalatok szerint az izomrostok a kisebb vagy nagyobb élőlényekben közel azonos vastagságúak és hasonlóan működnek. Lekicsinyített emberünk izomereje tehát amiatt csökken, hogy izomkötegei jóval kevesebb izomrostot tartalmaznak. Mivel az izomerő az izomköteg keresztmetszetével arányos, a k-szoros kicsinyítésből következik, hogy a hangyányi ember izomereje

$$F^x = k^2F$$

A testsúllyal normált relatív izomerő kiszámításához a kicsinyítéssel bekövetkező testsúlyváltozást is figyelembe kell venni. Ha a test anyagai vál-

tozatlanok, az átlagsűrűség is változatlan, a test tömege a térfogattal arányosan változik. A lineáris méretek k-szoros megváltoztatásakor a térfogat k^3-bel változik. A kicsinyített ember súlya tehát

$$G^x = \rho g V^x = \rho g k^3 V = k^3 G$$

ahol ρ a test átlagos sűrűsége, V, illetve G az ember testének eredeti térfogata és súlya. A felírt összefüggések alapján a képzeletben hangya méretűvé zsugorított ember relatív izomerejére tehát

$$f^x_{rel} = \frac{F^x}{G^x} = \frac{k^2 F}{k^3 G} = \frac{1}{k} f_{rel}$$

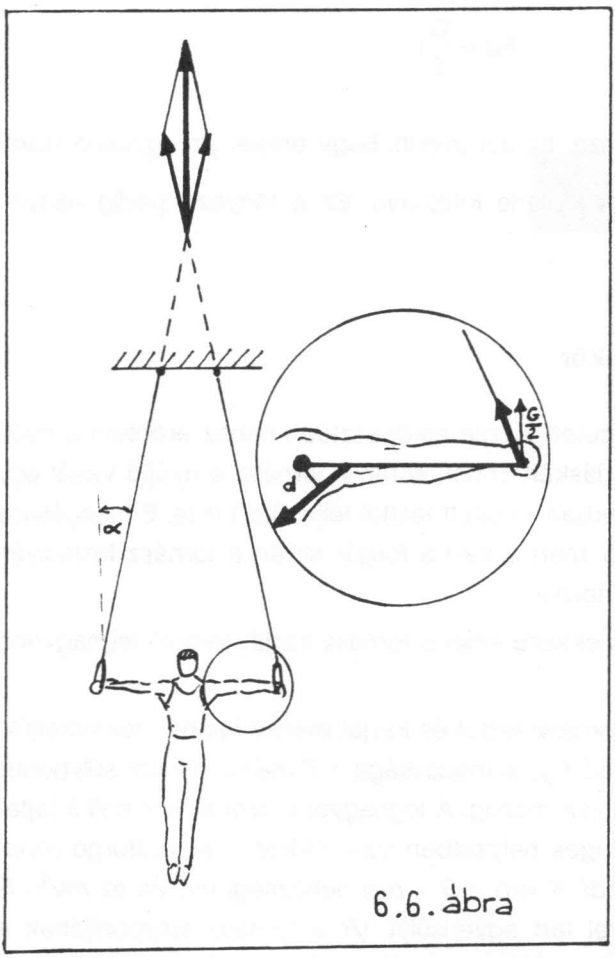
kifejezés adódik. A kicsinyítéssel tehát a relatív izomerő nő. Ha egy átlagos méretű, *1,7 m* magas embert *0,5 cm*-es hangya-méretre zsugorítunk $k = \frac{0{,}005}{1.7} = 3 \cdot 10^{-3}$. A hangyányi ember tehát *330*-szor erősebb lenne, mint eredetileg, azaz saját súlyának *330* szorosát is felemelhetné.

6.4. Izomerő a sportban

Az egészséges, jó mozgású, teherbíró embernek fejlett, edzett izomzatra van szüksége. A sportágak legtöbbjében az izomerő alapvetően fontos. Vizsgáljunk meg néhány egyszerű példát!

6.4.1. A keresztfüggés

A szertorna egyik látványos gyakorlata a gyűrűn végrehajtott keresztfüggés. Keresztfüggésbe a tornászok leggyakrabban támaszból leereszkedve jutnak. A támaszból a tornász nyújtott karral ereszkedik mindaddig, amíg a karja vízszintessé nem válik, majd ebben a helyzetben megtartja magát (6.6. ábra).



6.6. ábra

Vizsgáljuk meg egy kissé részletesebben a tornász karjaiban ébredő erőhatásokat! Az ábrán a gyűrűn függő tornászra, a kinagyított részletén pedig a tornász egyik karjára ható erőket ábrázoltuk.

Az ábra azt mutatja, hogy keresztfüggéskor a tornásznak nagyobb erőt kell kifejtenie egy-egy karjával, mint saját testsúlyának *(G)* a fele. Ez annak a következménye, hogy támaszba ereszkedéskor a tornász széttolja a gyűrűket, s a felfüggesztő kötelekben az erők $G/2\cos\alpha$-ra növekednek. A gyakorlat nehézségét azonban igazában nem ez a viszonylag csekély erőnövekedés okozza, hanem az, hogy a vízszintesen álló karra a gyűrű kötele igen nagy forgatónyomatékkal hat. Durva modellként elfogadhatjuk, hogy a kar a vállízület körül forgó egyoldalú emelőként működik, s a kötélerőnek a felkarra ható nyomatékát e vállizülettől kis távolságban feltapadó izmok egyensúlyozzák. Az egyszerűség kedvéért ezt most egyetlen erővel helyettesítettük (például mintha csak a nagy mellizom működne). Az ábráról leolvashatóan ekkor az egyensúly feltétele:

$$Fd = \frac{G}{2} l$$

ahol l a kinyújtott kar hossza. Ez azt jelenti, hogy ennek az egyetlen izomnak a súlyerő $\frac{l}{2d}$-szeresét kellene kifejtenie. Ez a tényező pedig nagyon nagy.

6.4.2. Az egykaros óriáskör

Az újabb olimpiákon bevezetett, szinte elképesztően nehéz erőelem a nyújtón bemutatott egykaros óriáskör. Ennek során a tornász a nyújtó vasát egy kézzel fogva függőleges síkban, nyújtott testtel teljes kört ír le. E mozgáshoz azért kell nagyon nagy erő, mert a kart a forgás során a tornász testsúlyán kívül a centrifugális erő is terheli.

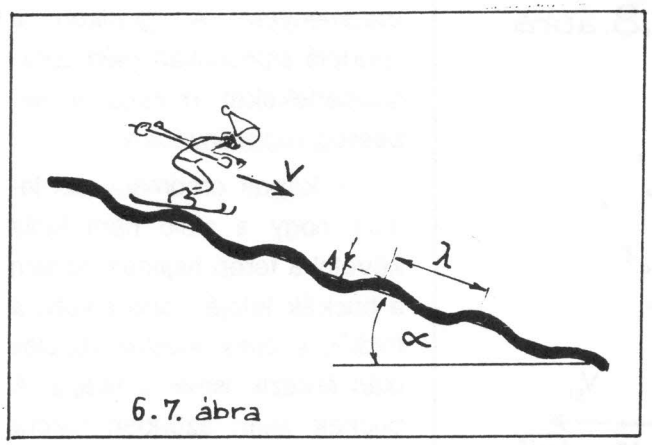
Becsüljük meg, hogy mekkora lehet a tornász karját terhelő legnagyobb erő!

A körmozgást végző tornász testét és karját merev testnek tekinthetjük. Legyen a tornász tömege *60 kg;* a magassága *1,7 méter.* Ekkor súlypontja *1-1,2 méter* sugarú körpályán mozog. A legnagyobb erőt akkor kell kifejtenie, amikor a teste függőleges helyzetben van. Ekkor – együttforgó rendszerben – a karjában ébredő K erő a $G = mg$ nehézségi erő és az mv^2 / R centrifugális erő összegével tart egyensúlyt. (R a tornász súlypontjának a felfüggesztési ponttól mért távolsága, v pedig a sebessége). Az erő kiszámításakor tehát azt kell még meghatároznunk, hogy legalább mekkora sebességgel kell mozognia a tornásznak pályája legalsó pontján ahhoz, hogy a teljes kört meg tudja tenni. Ehhez az szükséges, hogy sebessége csak a pálya tetőpontján váljon nullává. Onnan ugyanis a tornász már magától tovább billen, s megteszi a másik félkört is. Ez azt jelenti, hogy az alsó pontbeli forgási energia éppen átalakul a felső holtponthoz tartozó helyzeti energiává. Ebből az adódik, hogy az óriáskör legalsó pontján a tornász karját testsúlyának több mint a négyszerese terheli! A *60* kilós tornász példájában ez mintegy *2500 newton* erőt jelent. (Bár az összehasonlítás egy kissé sántít, hi-

szen a tornászra nehezedő terhelés csak rövid ideig hat, mégis érdemes belegondolni, hogy ilyen erőt egy súlyemelő akkor fejt ki az egyik karjával, ha két karjával *500* kilogrammot tart.)

6.4.3. A síelő lábait terhelő erő

Az ember lábizmai lényegesen erősebbek mint karjának izmai. A következő erősen leegyszerűsített modellszámítással egy buckás lejtőn lesikló síző lábizmainak terhelését becsüljük meg.



6.7. ábra

A buckás lejtőn lecsúszó síelők a lejtő egyenetlenségeit nagymértékben kompenzálják azzal, hogy csak lábukkal követik a talajszint változásait, súlypontjukat pedig folyamatos lábmunkával gyakorlatilag állandó magasságban tartják a talaj felett. Közelítsük a buckás terepet egyszerűen egy λ hullámhosszuságú A amplitudójú felülettel (6.7. ábra). Ha a síelő lába pontosan ezen a felületen egyenletes sebességgel végigcsúszna, akkor a lejtő síkjára merőleges harmonikus rezgőmozgást végezne. A láb kitérése

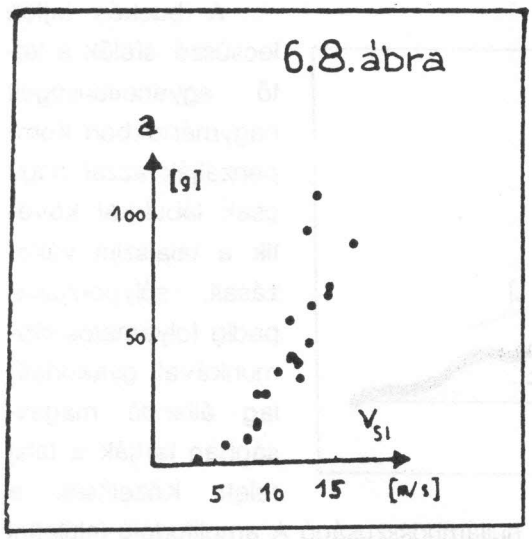
$$h = A \sin \frac{2\pi}{\lambda} vt$$

gyorsulása pedig

$$a = -A\frac{4\Pi^2}{\lambda^2}v^2 \sin\frac{2\Pi}{\lambda}vt$$

lenne.

A gyorsulásfüggvénybe a közepes síelők által is elért $v = 12m/s$ ill. a $\lambda = 2m$ és $A = 0{,}2m$-es reális buckaméreteket beírva maximális gyorsulásértékként 288 m/s^2 adódik, ami a gravitációs gyorsulásnak majdnem harmincszorosa.



A becslés realitását igazolják a 6.8. ábrán látható mérési eredmények. A grafikon a sportoló sípcsontján mért gyorsulásértékeket mutatja a sebesség függvényében.

A kapott eredmény azt jelenti, hogy a síelő nem tudja követni a terep hajlatait, hanem a buckák tetején lába elválik a földtől, s csak kicsiny repülés után érkezik ismét a talajra. A buckák alján azonban jókora erő terheli a síelő lábát! Az erő becsléséhez modellezzük a síelőt egy két tömegpontból álló rendszerrel. Az egyik pontba egyesítsük a lábak és a sícipő valamint a síléc tömegét (m_1), a másikba pedig a síelő maradék tömegét (m_2). Az egyszerűség kedvéért foglalkozzunk csak a lejtő síkjára merőleges erőkkel. (A lejtő síkjával párhuzamos erők a láb terheléséhez csak csekély járulékot adnak.)

Feltevésünk szerint az m tömeg egyenletesen mozog, ezért a rá ható erők eredője zérus. A 6.9. ábra szerint

$$F = m_2 g \cos\alpha$$

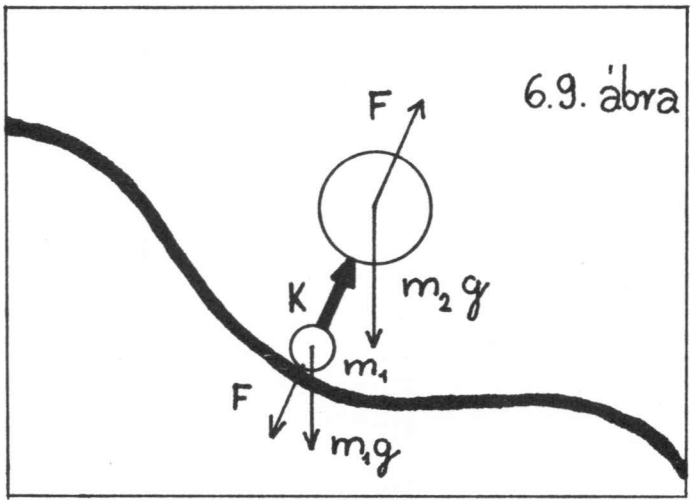
Az m_2 tömeg a mélyedés alján a_{max} gyorsulással mozog. Erre a tömegpontra a nehézségi erő mellett az F belső erő és a talaj K kényszerereje hat. A mozgásegyenlet

$$K - F - m_1 g \cos\alpha = m_1 a_{max}$$

ahonnan az előző egyenlet felhasználásával:

$$K = (m_1 + m_2)\, g \cos\alpha + m_1 a_{max}$$

Mivel $m_2 \sim 3m_1$ és $a_{max} \sim 30g$, a K erő a síelő súlyának tízszeresét is elérheti. Bár ez a terhelés nagyon rövid ideig tart, mégis igen megerőltető lehet. Nem csoda hát, ha a kisebb terheléshez szokott „hobby" síelőknek reszket a lába a buckás lejtő alján.



6.9. ábra