fizikai szemle
MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A Mathematikai és Természettudományi Értesítőt az Akadémia 1882-ben indította
A Mathematikai és Physikai Lapokat Eötvös Loránd száz esztendeje, 1891-ben alapította

XLI. évfolyam 3. szám 1991. március

A HOLDAK KOTOTT KERINGÉSE, AZ ÁRAPÁLY-EFFEKTUS ÉS AZ ÁRAPÁLYFŰTÉS

Horváth Gábor
MTA KFKI

HU ISSN 0015-3257

A HOLDAK KÖTÖTT KERINGÉSE, AZ ÁRAPÁLY-EFFEKTUS ÉS AZ ÁRAPÁLYFŰTÉS

Horváth Gábor
MTA KFKI

1. *Bevezetés*

A Hold korongján szabad szemmel is megfigyelhető sötét foltok (holdtengerek) együttese (amit népiesen 'holdarcnak' neveznek) a megvilágítási viszonyok váltakozása ellenére is állandónak bizonyul, ami azt bizonyítja, hogy a Hold mindig ugyanazon oldalát fordítja a Föld felé. Ezt az égimechanikai jelenséget hívjuk kötött keringésnek vagy kötött forgásnak, utalva arra, hogy a Hold keringési és forgási periódusa között meghatározott kapcsolat van, megegyeznek. Abban az esetben, ha egy kísérő égitest körpályán kering, a kötött forgás egyben azt is jelenti, hogy mindig ugyanazt az oldalát fordítja az anyaégitest felé.

A Hold kötött keringésének problémája — vagy ahogyan ez a régebbi korok emberének felvetődött, a holdarc változatlanságának kérdése — sokáig megoldatlan maradt. Tudománytörténeti érdekességként említjük meg, hogy egy régi magyarázat szerint a Hold egy hatalmas tükröző gömb, s a holdarc a Föld felszínének tükörképe. Ez a felfogás persze nem magyarázhatja a holdarc változatlanságát a Föld és tükörképének forgása miatt.

A kötött forgás jelensége csak egyike a Naprendszerben előforduló rezonanciáknak. Rezonanciáról beszélünk az égimechanikában akkor, ha valamely paraméterek (pl. keringési idők, pályaadatok, stb.) középértékei racionális viszonyban állnak egymással. Kötött keringésnél a két említett periódus hányadosa 1/1. Másfajta rezonancia például az együttállások helyének rendszerint az ellipszispálya nagytengelye végpontjai köré való beszabályozódása.

Nemcsak a Holdnál fordul elő kötött forgás, hanem a Szaturnusz Hyperion holdja kivételével minden nagyobb, szabályos (gömbalakú) hold kötött keringést végez a Naprendszerben. A Plutó 'kakukktojás' a Naprendszer bolygói között, amennyiben az sem biztos, hogy valódi bolygó, és a kötött forgás szempontjából is különleges, ugyanis Charon nevű holdjával teljesen kötött rendszert alkot. Teljesen kötött rendszerről akkor beszélünk, ha az anyaégitest kísérője kötött keringésű és az anya forgásideje megegyezik a kísérőjével; tehát kettős rezonanciáról van szó. A Plutó egén soha sem nyugszik le a Charon (és fordítva), s nemcsak a Charon fordítja mindig ugyanazon oldalát a Plutó felé, hanem a Plutó is a Charon felé.

Ha a bolygók holdjainál fennáll a kötött forgás, akkor a bolygóknál, mint a Nap kísérőinél szintén meg kell találnunk a rezonanciára utaló jeleket. A bolygók forgási és keringési idejét az *I. táblázat* tartalmazza, amiből kiderül, hogy a Q= forgási/keringési idő hányados csak a Naphoz legközelebbi két bolygónál, a Merkúrnál ill. a Vénusznál utal rezonanciára (~2/3) ill. közelíti meg a kötött forgásra jellemző 1-es értéket; a távolabbi bolygóknál ilyenfajta rezonanciának nincs nyoma. A Vénusz és az Uránusz tengelyforgási ideje negatív előjelű retrográd forgásuk miatt. Az is szembeötlő, hogy szokatlanul nagy forgási periódusával a Vénusz kilóg a bolygók sorából (a napja hosszabb mint az éve!).

Cikkünk célja, hogy röviden áttekintsük a kötött forgással és a vele szorosan összefüggő égimechanikai jelenségekkel kapcsolatos tényeket, elméleteket, s ahol a rendelkezésre álló szűkös hely engedi, számításokkal is illusztráljuk a felvetődő egyszerűbb problémákat.

Amint látni fogjuk, a kötött forgás kialakulásáért az árapály-effektus a felelős. Az árapály-deformációk a Naprendszer holdjainál sokkal nagyobb szerepet játszanak, mint ahogyan azt eddig gondolták. Ez a felismerés főleg a Voyager-szondák felfedezéseinek köszönhető. A Voyager-2 1977 augusztus

I. Táblázat

A Naprendszer bolygóinak tengelyforgási t_f és keringési t_k ideje valamint a kettő hányadosa ($Q = t_f/t_k$); é: év, n: nap, ó: óra. A t_f (és így Q) negatív előjele retrográd forgást jelent [17].

bolygó	t_f	t_k	Q
Merkúr	59 n	88 n	0,67≈2/3
Vénusz	−243 n	224,7 n	−1,081
Föld	1 n	365,25 n	$2{,}738\ 10^{-3}$
Mars	24,5 ó	687 n	$1{,}486\ 10^{-3}$
Jupiter	9,8 ó	11,86 é	$9{,}433\ 10^{-5}$
Szaturnusz	10,25 ó	29,46 é	$3{,}972\ 10^{-5}$
Uránusz	−23 ó	84,01 é	$-3{,}125\ 10^{-5}$
Neptunusz	22 ó	164,8 é	$1{,}524\ 10^{-5}$
Plutó	6,4 n	247,7 é	$7{,}079\ 10^{-5}$

20-iki felbocsátása után sorra látogatta meg a Jupitert (1979 július), a Szaturnuszt (1981 augusztus), az Uránuszt (1986 január) és legutóbb a Neptunuszt (1989 augusztus); s többek között részletes felvételeket közölt ezen óriásbolygók jégholdjairól is [1–4]. Ezen jégholdak evolúciójában, felszíni morfológiájuk és belső szerkezetük kialakulásában, hőtörténetükben az árapály-deformációk hatására keletkező árapályfűtés döntő szerepet játszik [5]. A múlt év végi Voyager-2-Neptunusz találkozó aktualitása miatt cikkünkben az árapályfűtésről is írunk.

2. A kötött keringés a kozmogóniai elmélet tükrében

A ma elfogadott kozmogóniai elmélet szerint a Nap bolygórendszere vázlatosan a következő módon keletkezett [6]. Az ős-Nap kialakulása után a környező gázködből anyag maradt vissza, ami a Nap körüli keringése során koronggá lapult az ekliptika mentén, s fokozatosan hűlvén a gázban alacsony hőmérsékletű por képződött, ami később összecsomósodott. A csomók ütközéseik révén részben megolvadtak, bolygócsírákká tömörültek, amik bizonyos nagyság elérése után már képesek voltak anyagot vonzani magukhoz. Ekkortól kezdve rohamosan növekedve pályájuk mentén egyre szélesedő, üresedő sávot hagytak, mígnem végleg elfogyott az építőanyaguk.

A holdak fejlődési folyamata hasonló módon zajlott le. Speciálisan a Hold keletkezésére vonatkozó elméletek a Föld és a Hold sok szempontból rokon összetételén alapulnak [6]:

a) A kettős-bolygó elmélet szerint a Föld és a Hold egyszerre keletkezett ugyanazon por- és gázfelhőből.

b) A befogási elmélet szerint a bolygórendszerünk egy másik tartományában keletkezett Holdat a Föld befogta.

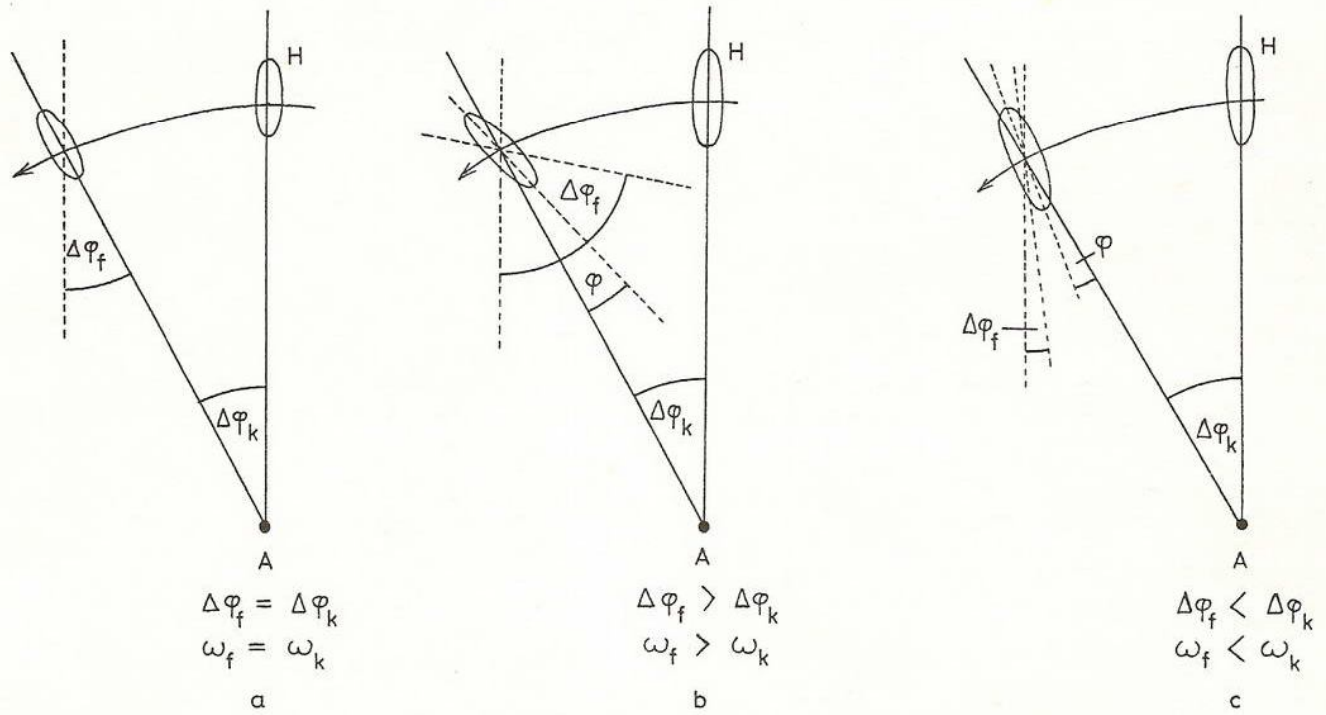
c) A hasadási elmélet szerint a Hold a kezdetben gyorsan forgó Föld egyenlítőjéről leszakadt anyagból keletkezett.

Akárhogyan is történt a bolygók és holdjaik genezise, bizonyos, hogy kezdeti szögsebességüket a véletlen határozta meg, keringési idejüket pedig pályájuk. A pálya alakját a kezdőfeltételek befolyásolták, amelyekben a véletlennek szintén nagy szerepe volt a planetogenezis kezdetén. A keringési- és forgási idő véletlenszerű alakulása miatt a kötött keringés tehát nem eredeztethető a kozmogóniai elméletből. A kötött forgás később alakult csak ki az árapály-effektus eredményeként.

3. A kötött keringést kialakító árapály-effektus

Egyelőre tekintsük azt az esetet, mikor a hold körpályán kering anyabolygója körül úgy, hogy forgástengelye és $\vec{\omega}_f$ forgási szögsebessége merőleges a keringési síkra; tehát párhuzamosak az $\vec{\omega}_k$ keringési szögsebességgel. Mivel a hold kiterjedt test, ezért a bolygó inhomogén gravitációs terében árapályerő lép fel, ami deformálja a holdat. Ha $\omega_k = \omega_f$, akkor a hold mindig ugyanazt az oldalát fordítván a bolygó felé, az árapály-deformáció időben változatlan. Ekkor az ellipszoiddal közelíthető deformált hold nagytengelye mindig a bolygó középpontjába mutat (*1a. ábra*), és az árapályerő holdra kifejtett forgatónyomatéka zérus.

Ha $\omega_f > \omega_k$, akkor gondolatban befagyasztva a deformációt, Δt idő alatt a keringésből ill. a forgásból származóan $\Delta\varphi_k$ ill. $\Delta\varphi_f$ szöggel fordul el ellenkező irányban az ellipszoid nagytengelye, így $\Delta\varphi_f - \Delta\varphi_k$ szöget zár be a radiális iránnyal.



1. ábra A kötött forgást kialakító árapály-effektus ω_f és ω_k különböző viszonya esetén.

Mivel a deformációhoz bizonyos idő szükséges, ezért némi időbeli késéssel követi a hold deformációja a forgást. Ezen deformációs utóhatás miatt az ellipszoid nagytengelye $\Delta\varphi_f - \Delta\varphi_k$ irányában bizonyos $\varphi << 1$ szöggel eltér a radiális iránytól (*1b. ábra*). Ekkor a holdra olyan árapály-forgatónyomaték hat, amely ω_f-t csökkenti.

Ha $\omega_f < \omega_k$, akkor az előző gondolatmenettel Δt idő múlva $\Delta\varphi_k - \Delta\varphi_f$ szöget zár be a nagytengely a radiális iránnyal az előző esethez képest ellenkező irányban. Ekkor is bizonyos $\varphi << 1$ szöggel hajlik a nagytengely a radiálishoz a $\Delta\varphi_k - \Delta\varphi_f$ szög irányában. Mindez érvényes az $\omega_f \leq 0$ esetre is. Ily módon most olyan árapály-forgatónyomaték lép fel, amely ω_f-t növeli (*1c. ábra*). Tehát $\omega_f = \omega_k$ esetén nem változik ω_f, ha $\omega_f > \omega_k$, akkor ω_f csökken, ha pedig $\omega_f < \omega_k$, akkor pedig nő.

Az előbb vázolt mechanizmus tehát azt eredményezi, hogy a forgás ω_f szögsebessége minden esetben a keringés ω_k szögsebességéhez konvergál, azaz fokozatosan kialakul a kötött keringés. Hogy mi a helyzet az ellipszispályán való keringéskor valamint ha $\vec{\omega}_f$ nem párhuzamos $\vec{\omega}_k$-val, azt később tárgyaljuk, de a mechanizmus lényegét ezek a változtatások nem érintik.

4. A kötött keringés és az árapályfűtés

A hold keringése során árapály-deformációt szenved. Ha a kötött forgás még nem állt be, ha a hold nem körpályán kering a bolygó körül, vagy ha pályájához közel más hold(ak) is kering(enek), akkor a holdhoz rögzített koordináta-rendszerben egy deformációs árapályhullám vonul végig a holdon. Ennek disszipáció az eredménye, amit árapályfűtésnek nevezünk.

Árapályfűtés szinte minden égitestnél előfordul, mert az előbbi feltételeknek legalább az egyike általában teljesül. Különbség csak az árapályerők nagyságában ill. a disszipációs energia kisugárzásának mértékében mutatkozik. Így fordulhat elő, hogy egyes égitesteknél jelentős az árapályafűtés, ill. a disszipált energia kisebb mérvű kisugárzódása miatt szembeötlőek a mellékhatásai, míg más esetekben semmi nyomát sem láthatjuk, holott akkor is fellép. Az alábbiakban azokat a Naprendszerbeli eseteket tekintjük át röviden, ahol jelentős az árapályfűtés, ezért könnyen felfedezhetők hatásai.

4.1. Az óriásbolygók jégholdjai

A Jupiter és a Szaturnusz Europa, Ganymedes, Kallisto ill. Tethys, Enceladus, Titan holdjainak szilárd kőzet magját vastag vízburok, azt pedig vastag jégkéreg övezi [7–11]. Ezeknél a 'jégholdaknál' a jégkéreg vastagsága földi mértékkel mérve igen nagy, 100 km körüli, holott a Földön az Antarktisz jégtakarója alatti tavak már 3–4 km mélységben kialakulnak a nagy nyomás hatására bekövetkező olvadáspontcsökkenés miatt. Azonban a szóbanforgó holdak sokszorta kisebbek a Földnél, így a nehézségi erő is jóval kisebb, azaz ugyanazon nyomás létrejöttéhez jóval vastagabb jégpáncél szükséges.

Becsüljük meg az egyes holdak jégkérgének vastagságát azzal a feltétellel, hogy csak az olvadáspontcsökkenés jelenségét vesszük figyelembe, eltekintve az árapályfűtésből és a holdak kőzetmagjában lezajló radioaktív bomlásból származó energiatermeléstől. Ehhez először meg kell határoznunk a víz olvadáspont-nyomás függvényét. A Clausius-Clapeyron egyenlet szerint

$$\mathrm{d}T/T = (1/\varrho_v - 1/\varrho_j)\mathrm{d}P/H, \qquad (1)$$

ahol ϱ_j, ϱ_v a jég ill. víz sűrűsége, H az olvadáshő. Elég tág határok között a jég kompresszióját a

$$\mathrm{d}\varrho/\varrho = K\mathrm{d}p \qquad (2)$$

egyenlet írja le, ahol K a kompresszivitás, ami függ a hőmérséklettől, a nyomástól és az összenyomás mikéntjétől (adiabatikus, izobár, stb.) Azonban egy eléggé széles nyomás- és hőmérséklettartományban K-t állandónak vehetjük, így (1) és (2)-ből kapjuk a $P(T_o) = P_o$ peremfeltétellel a víz olvadáspont-nyomás függvényét

$$T(P) = T_0 \exp\left[\frac{1}{H}\left\{\frac{1}{K_v\varrho_{vo}}\left(1 - \mathrm{e}^{-K_v(P-P_o)}\right) + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \frac{1}{K_j\varrho_{jo}}\left(\mathrm{e}^{-K_j(P-P_o)} - 1\right)\right\}\right]. \qquad (3)$$

A (3)-beli paraméterek numerikus értéke a következő:

$$\begin{array}{llll} T_0 = 273{\cdot}16\ \mathrm{K}, & P_0 = 10^5\ \mathrm{Pa}, \\ H = 3{,}3\cdot 10^5\ \mathrm{Jkg^{-1}}, & \varrho_{jo} = 9{,}2\cdot 10^2\ \mathrm{kgm^{-3}}, \\ \varrho_{vo} = 10^3\ \mathrm{kgm^{-3}}, & K_j = 1{,}43\cdot 10^{-11}\ \mathrm{Pa^{-1}}, \\ K_v = 5\cdot 10^{-10}\ \mathrm{Pa^{-1}}. \end{array}$$

Ezek után szükségünk van egy hold belsejében a nyomás-mélység függvényre. Holdunkat homogén ϱ sűrűségű, R sugarú gömbnek tekintjük, melynek belsejében a $\vec{g}$ gravitációs gyorsulásra a következő összefüggés érvényes

$$-4\pi\gamma\int_V \varrho\mathrm{d}V = \int_A \vec{g}\mathrm{d}\vec{A}, \qquad (4)$$

ahol γ a garvitációs állandó. Alkalmazva a Gauss-Osztrogradszkij tételt, (4)-ből kapjuk

$$\mathrm{div}\vec{g} = -4\pi\gamma\varrho. \qquad (5)$$

A hidrodinamikai Euler-egyenlet szerint egyensúly esetén

$$\varrho^{-1}\mathrm{grad}P = \vec{g}. \qquad (6)$$

Minthogy gömbszimmetrikus a helyzet, ezért az (5), (6) felhasználásával

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(\frac{r^2}{\varrho}\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}r}\right) = -4r^2\pi\gamma\varrho. \qquad (7)$$

Innen kétszeri integrálás után kapjuk

$$P = -2\pi\gamma\varrho^2 r^2/3 - c_1/r + c_2. \quad (8)$$

Mivel az $r = 0$ helyen nem lehet végtelen a nyomás, ezért $c_1 = 0$. A c_2 paramétert a $P(R) = P_o$ peremfeltételből kapjuk. Végül is a belső nyomás a centrumtól mért r távolság függvényében

$$P = P_0 + 2\pi\gamma\varrho^2(R^2 - r^2)/3. \quad (9)$$

Célunk azt az $\tilde{r}$ értéket meghatározni, ahol a nyomás éppen akkora, mint az ott uralkodó hőmérséklethez tartozó, (9) szerinti olvadási nyomás. Az említett jégholdak olyan távol vannak a Naptól és albedójuk is oly közel van az 1-hez (lásd a *II. táblázatot*), hogy belső hőmérsékleteloszlásukat nem befolyásolja sem a Nap sugárzása, sem az anyabolygóról reflektált fény. Minthogy most bárminemű belső hőforrástól eltekintettünk, ezért a hőmérsékleteloszlást homogénnek vesszük a holdak belsejében, s a hőmérsékletet egyenlőnek a felszínivel. A (3)-ba behelyettesítve (9)-t, egyenlővé téve a holdak felszíni hőmérsékletével, majd számítógéppel r-re megoldva az így adódó transzcendens egyenletet, a jégkéreg vastagsága $R - \tilde{r}$ lesz. Az eredményeket, a jégholdak néhány fontosabb adatával együtt, a *II. táblázat* tartalmazza.

A következőt állapíthatjuk meg. Az árapályfűtés elhanyagolásával a jégkéreg vastagságára 2,5–3,5-szer nagyobb értékeket kapunk a valóságosnál (a Tethysnél és az Enceladusnál, lévén a legkisebb holdak, értelmetlen eredményt kapunk, amennyiben a jégpáncél vastagsága nagyobbnak adódik a sugárnál). Mivel a szóbanforgó jégholdak átlagsűrűsége igen kicsi (túlnyomórészt vízből és jégből állnak), a kőzetmagjukban esetleg végbemenő radioaktív bomlásból származó hőmennyiségtől eltekinthetünk. Mindebből következik, hogy csak az árapályfűtés képes csökkenteni a jégkéreg vastagságát azáltal, hogy megnöveli a holdak belsejében a hőmérsékletet, s így a nyomás miatti olvadási zóna a felszínhez közelebb kerül.

A Naprendszer öves szerkezetéből következően a Szaturnusz környezetében legnagyobb a H_2O aránya a szilikátokhoz képest. Ezért itt a leggyakoribbak az 1 kg/dm^3 sűrűségű, nagy albedójú, csak nem tisztán vízjégből álló holdak. Ezen holdak felszíni morfológiáját részben a csak napjainkban, a Voyager-szondák által felfedezett jég-vulkanizmus alakítja, amit az árapályfűtés hajt.

II. Táblázat

A Jupiter és a Szaturnusz jégholdjainak fontosabb adata [1,2,7], valamint az elméletileg számított jégkéregvastagság az árapályfűtés elhanyagolásával. Látható, hogy nem lehet eltekinteni az árapályfűtés jégpáncélvastagságot csökkentő hatásától. Felszíni hőmérséklet: T_f (K); albedó: a; sugár: R (km); átlagsűrűség: $\varrho \times 10^3$(kgm^{-3}); jégkéregvastagság: h (km); elméletileg számított jégkéregvastagság: h_e (km).

hold	T_f	a	ϱ	R	h	h_e
Europa	90–125	0,9	2,97	1563	100	240
Ganymedes	90–125	0,8	1,93	2638	70–100	350
Kallisto	90–125	0,8	1,83	2420	150–200	450
Tethys	90–125	0,8	1,0±0,1	525	70–100	525<
Enceladus	90–125	0,9	1,1±0,6	250	50–90	250<
Titan	95	0,8	1,90	2575	150–200	370

Ezek a jégholdak, a Mirandát kivéve mind gömb alakúak, ami bizonyítja, hogy egykori összeállásukat követően megolvadtak. 60 % víz-jég, 40 % szilikát keverék és kondritikus elemgyakoriság esetén az 1000 km-nél kisebb átmérőjű holdakat pusztán a radioaktív fűtés nem képes megolvasztani (Mimas, Enceladus, Hyperion, Miranda) [2,9]. 1400 km átmérőig is legföljebb térfogatuk 10 %-a olvadhatna így meg (Rhea, Dione, Japetus, Tethys, Ariel, Umbriel, Oberon). A megolvadás tehát csakis az árapályfűtésnek köszönhető ezekben a holdrendszerekben keringő jégholdaknál.

Ezek az árapályfűtés éltette jégholdak nagy exobiológiai jelentőséggel is bírnak, ugyanis döntően megváltoztatták az élet kialakulásának és előfordulásának Naprendszerünkbeli lehetséges helyeiről, zónáiról kialakult eddigi felfogásunkat [2, 9].

4.2. Az Io vulkanizmusa

A Jupiternek nemcsak három külső Galilei-holdjánál lép fel árapályfűtés, hanem a legbelsőnél, az Io-nál is, de ennek egészen más a hatása, mint az előző jégholdaknál, ugyanis az Io anyagi összetétele is más. A Voyager-szondák felvételeiből kiderült, hogy az Io-n igen heves vulkanikus tevékenység folyik [5,12]. (Ez volt az első eset a csillagászatban, amikor közvetlenül meg lehetett figyelni a Földön kívüli vulkanizmust). A Voyager-1 szonda 8 éppen működő tűzhányót fedezett fel, s ezek közül 6 még a Voyager-2 szonda ottjártakor (néhány hónap múlva) is működött. A kitörési felhők közül a legkisebbek is elérték a 70 km-t, a legnagyobb pedig a 280 km-t. Az Io tűzhányó-tevékenységében a kén és a kénes gázok játszák a főszerepet (a Földnél szilikátos kőzetolvadék jut a felszínre, elsősorban vízgőz kíséretében). Az Io-n a vulkánok olyan sok anyagot dobnak ki, hogy a felszín állandóan megújul, változik. Ezt a változást már a Voyager-szondák is ki tudták mutatni. Az Io szilárd kén kérge alatti forró kénóceán nem hűl ki teljesen az árapáyfűtés miatt, így a benne lezajló folyamatok során néha nagy kitörések formájában szabadul fel az energia.

Az eddig említett esetekben a holdak már kötött keringést végeznek, így a rajtuk átvonuló periodikus árapályhullámok a szomszédos holdak miatt alakulnak ki. Korábban azonban, amikor még nem állt be kötött forgásuk, az ω_f-nek az ω_k-tól való eltérése is hozzájárult a deformációs hullámokhoz, növelvén azok frekvenciáját és amplitudóját, növelve ezáltal az árapályfűtés intenzitását. Ezért valószínűsíthető, hogy korábban az említett jégholdak jégpáncéljának kisebb volt a vastagsága, valamint az Io-nak hevesebb volt a kén-vulkanizmusa ill. a jégholdak jégvulkanizmusa.

4.3. Árapályfűtés a bolygóknál

Az Io vulkanizmusához hasonlóan Földünk vulkanológiai, tektonikai aktivitása is részben az árapályfűtéssel kapcsolatos. Sőt, mivel a planetomágnesség és a vulkanizmus szoros kapcsolatban van egymással, ezért Földünk mágnessége is részben az árapályfűtés eredménye.

Tekintsük ugyanis a Naprendszer bolygóit [6,12,13]. A Merkúrnak van mágneses tere és magnetoszférája is, bár koránt sem olyan erős, mint Földünké. Nincs viszont a Merkúron lemeztektonikai folyamat, sem vulkanikus aktivitás. A Vénusznak nincs említésre méltó mágneses tere, sem magnetoszférája, lemeztektonikai ill. vulkanológiai folyamatok sem játszódnak le rajta. A Mars állapota a Vénuszhoz hasonló. A Földtípusú bolygók közül csak a Földre jellemző a vulkanikus tevékenység, a jelentős mágneses tér és a kiterjedt magnetoszféra, s tömegéhez képest a Földnek van a második legnagyobb holdja a csoportban. Az első legnagyobb hold ilyen viszonylatban a Plutó Charonja, de mert a Plutó-Charon rendszer teljesen kötött, ezért az egymás körüli keringés során csak azért lépnek fel kis mértékben deformációs hullámok, mert nem körpályán keringenek. Mind a mágneses, mind pedig a tektonikai, vulkanikus tevékenységhez képlékeny forró belső köpeny szükséges (a mágneses tér kialakulásáért a bolygó mélyén fellépő konvektív elektromos áramok a felelősek). Egyedül a Föld rendelkezik magas hőmérsékletű, képlékeny köpennyel a csoportban, mert a belsejében végbemenő radioaktív bomlásból származó hőmennyiség és az intenzív árapályfűtés elegendő energiát biztosít ehhez. A Vénusznak nincs holdja, a Marsnak pedig két viszonylag kis holdja van, így ezeknél a holdak árapályfűtése nem lép fel ill. jelentéktelen.

A Merkúrnak sincs holdja, de a Naphoz igen közel kering, így annak árapályfűtése a radioaktív hőtermeléssel együtt már kialakíthatott olyan belső szerkezetet, amely lehetővé teszi a mágneses teret. A vulkanikus aktivitáshoz azonban már kevés ez a hatás. A Merkúrnál távolabbi bolygóknál a Nap árapályfűtése már jelentéktelen. Minthogy a Föld-típusú bolygóknál a Föld rendelkezik a legkisebb felület/térfogat aránnyal, ezért a kisugárzásból származó energiaveszteség a Földnél a legkisebb; ez is hozzájárul a forró, képlékeny köpeny fennmaradásához.

A Jupiter-típusú nagybolygóknál a mágneses térért és a kiterjedt magnetoszféráért a nagy nyomású, fémes, folyékony Hidrogénből álló belső mag a felelős, itt az árapályfűtés szerepe jelentéktelen ebből a szempontból. Érdekes megjegyezni, hogy az Io is saját sugárzási övezettel, gyenge magnetoszférával rendelkezik, ami meglehetősen ritka a holdaknál.

Hasonlóan érdekes, hogy a Holdnak valaha saját mágneses mezeje volt, méghozzá csaknem kétszer akkora, mint jelenleg a Földé [14,15]. Ezen mező létrehozásához a Hold vasmagjának akkoriban olvadt állapotban kellett lennie. Az olvadt magban konvekció jött létre, a keringő olvadt vas dinamóként működött, a Föld jelenlegi mágneses mezejéhez hasonló 'dipólmezőt' hozva létre. A mag megolvadásában a radioaktív fűtésen túlmenően az akkor még fellépő árapályafűtés is szerepet játszott. A Föld vulkanikus aktivitása, a Merkúr, a Föld, az Io és a Hold (egykori) mágneses tere tehát részben vagy egészben az árapályfűtés eredménye.

5. A holdak árapály-deformációja

Ha le akarjuk írni a kötött keringés időbeli beállását, a fellépő árapály-forgatónyomatékot kell meghatároznunk, amihez viszont a hold alakját kell ismernünk. Egy homogén anyageloszlású, gömb alakú hold árapály-deformáció utáni alakját jól közelíthetjük forgási ellipszoiddal. Mivel a deformáció igen kicsi, azaz az ellipszoid lapultsága közel nulla, ezért a hold gravitációs potenciálját gömbszimmetrikusan közelítjük, és ezen perturbálatlan potenciál felhasználásával következtethetünk a perturbált potenciálra, innen pedig az alakra.

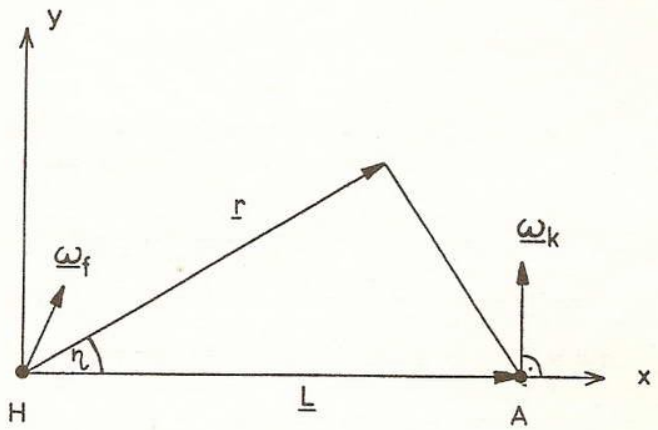
Tekintsük a *2. ábrát*. Koordináta-rendszerünk origóját helyezzük a perturbálatlan H hold tömegközéppontjába. Az A anyabolygó legyen az abszcisszatengelyen. Lévén a szimmetria forgási, elég csak síkban dolgoznunk. A tér (r, η) polárkoordinátákkal jellemzett pontjában a hold gravitációs potenciálja első közelítésben megegyezik a gömbszimmetrikus perturbálatlan

$$U_h = -\gamma m_h / r \tag{10}$$

potenciállal. Ha a két égitest távolsága L, akkor a vizsgált pontban az anyabolygó potenciálja

$$U_b = -\frac{\gamma m_b}{\sqrt{r^2 + L^2 - 2rL\cos\eta}}. \tag{11}$$

Habár a bolygó is deformálódik az árapályerő miatt, ez a deformáció a holdénál sokkal kisebb, így jogos az U_b potenciál (11) szerinti gömbszimmetrikus közelítése. A centrifugális térerősség két komponensből áll, az egyik az $\vec{\omega}_k$ szögsebességű keringésből, a másik az $\vec{\omega}_f$ szögsebességű tengelyforgásból származik



2. ábra A hold árapály-deformációjának számításához.

$$\vec{E}_c = \vec{\omega}_k \times [(\vec{r} - \vec{L}) \times \vec{\omega}_k] + \vec{\omega}_f \times (\vec{r} \times \vec{\omega}_f) = -\mathrm{grad} U_c,$$

$$\vec{L} \cdot \vec{\omega}_k = 0. \qquad (12)$$

Ha speciálisan $\vec{\omega}_f X \vec{\omega}_k = 0$, azaz a szögsebességvektorok párhuzamosak, akkor

$$\vec{E}_c = \vec{l}[(\omega_f^2 + \omega_k^2) r \cos\eta - \omega_k^2 L], \vec{l} = (1, 0). \qquad (13)$$

A (12), (13) felhasználásával a centrifugális potenciál

$$U_c = -\int \vec{E}_c \vec{l} d(r\cos\eta) =$$

$$= \omega_k^2 L r \cos\eta - r^2 \cos^2\eta(\omega_f^2 + \omega_k^2)/2. \qquad (14)$$

A tér egy pontjában az összpotenciál

$$U(r, \eta) = U_b + U_h + U_c + c, \qquad (15)$$

ahol c állandó (ez a szabadsági fok minden potenciálban megvan). A holdat képlékenynek feltételezve, felszíne ekvipotenciális felület lesz, így az alakját meghatározó egyenlet

$$U(r, \eta) = U_0 = \text{állandó}. \qquad (16)$$

A hold α lapultságának meghatározásakor a következő módon járunk el. A (16)-t megoldjuk adott η mellett r-re számítógéppel, majd ugyancsak numerikusan megkeressük a maximális $r\sin\eta$ értéket. A lapultság a következő lesz

$$\alpha = \frac{2(r\sin\eta)_{max}}{r(0) + r(\pi)} = \frac{b}{a}, \qquad (17)$$

ahol a és b a forgási ellipszoid féltengelyei. Az U_o paramétert az $U(r, \eta)$ potenciál η-szerinti átlagolásával határozzuk meg

$$U_0 = (2\pi)^{-1} \int_0^{2\pi} U(r_h, \eta) d\eta, \qquad (18)$$

ahol r_h a hold átlagos sugara. A (10), (11), (14), (15), (18) felhasználásával kapjuk

$$U_0 = -\frac{\gamma m_h}{r_h} - \frac{(\omega_k^2 + \omega_f^2) r_h^2}{4} -$$

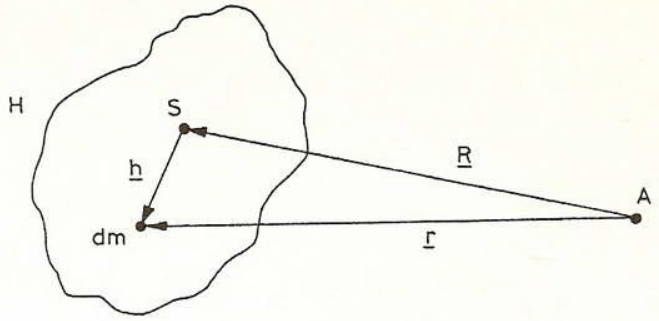
$$-\frac{\gamma m_a}{\pi(L - r_h)} \int_0^{\pi} \frac{d\beta}{\sqrt{1 + \frac{4 r_h L}{(L - r_h)^2} \sin^2\beta}}. \qquad (19)$$

A (19)-beli elliptikus integrál integrandusát Taylor-sorba fejtve, majd az integrálást elvégezve kapjuk

$$U_0 = -\frac{\gamma m_h}{r_h} - \frac{(\omega_k^2 + \omega_f^2) r_h^2}{4} - \frac{\gamma m_a}{\pi(L - r_h)} A,$$

$$A = \pi \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n-1)!!}{n! 2^n} \left[\frac{4 r_h L}{(L - r_h)^2} \right]^n \cdot \right.$$

$$\left. \cdot \prod_{k=1}^{n} (1 - 1/2k) \right\}. \qquad (20)$$



3. ábra Az árapály-forgónyomaték számításához.

Mivel $r_h/LH << 1$, ezért elég néhány n-re elmenni a (20) sorban.

6. A holdakra ható árapály-forgatónyomaték

A H hold keringjen az A anyabolygó körül megfelelően nagy távolságban úgy, hogy a hold méretei elhanyagolhatók a két tömeg távolságához képest. Legyen az origó a bolygó centruma, $\vec{R}$ a hold súlyvektora, $\vec{r}$ pedig elemi dm tömegének helyvektora. A *3. ábrá*ról leolvashatóan

$$\vec{R} + \vec{h} = \vec{r}. \qquad (21)$$

Tekintettel arra, hogy $h \ll R$, az $\vec{E}$ gravitációs térerősséget sorbafejthetjük $\vec{R}$ körül; a Taylor-sorban csak az elsőrendű tagot tartván meg

$$E_i(\vec{r}) = E_i(\vec{R}) + \sum_k \left(\frac{\partial E_i}{\partial r_k} \right)_{\vec{R}} (r_k - R_k). \qquad (22)$$

Mivel $\vec{E} = -\mathrm{grad} U$, ezért a (21), (22)-ből

$$E_i(\vec{r}) = E_i(\vec{R}) - \sum_k h_k \left(\frac{\partial^2 U}{\partial r_k \partial r_i} \right)_{\vec{R}}. \qquad (23)$$

Az elemi dm tömegre ható elemi erő és elemi forgatónyomaték a súlypontra vonatkoztatva

$$dF_i = E_i(\vec{r}) dm, \qquad dM_i = \sum_{kn} \varepsilon_{ikn} h_k dF_n. \qquad (24)$$

Innen, az egész hold térfogatára integrálva dM_i-t, megkapjuk a rá ható eredő árapály-forgatónyomatékot

$$M_i = \sum_{kn} \varepsilon_{ikn} E_n(\vec{R}) \int_{(m)} h_k \mathrm{d}m -$$

$$- \sum_{knh} \varepsilon_{ikn} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial r_h \partial r_n} \right)_{\vec{R}} \int_{(m)} h_h h_k \mathrm{d}m. \qquad (25)$$

A (25)-ben az első integrál zérus, mert a $\vec{h}$ vektor a súlypontból indul. A tehetetlenségi tenzor (hk) komponense

$$\Theta_{hk} = \int_{(m)} (h^2 \delta_{hk} - h_k h_h) \mathrm{d}m. \qquad (26)$$

A (25), (26) felhasználásával

$$M_i = \sum_{knh} \varepsilon_{ikn} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial r_h \partial r_n} \right)_{\vec{R}} \Theta_{hk} -$$

$$- \sum_{knh} \varepsilon_{ikn} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial r_k \partial r_n} \right)_{\vec{R}} \delta_{hk} \int_{(m)} h^2 \mathrm{d}m. \qquad (27)$$

A (27)-ben a második tag a k-ra való szummázás után a következőképpen alakul

$$\int_{(m)} h^2 \mathrm{d}m \sum_{hn} \varepsilon_{ihn} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial r_h \partial r_n} \right)_{\vec{R}}. \qquad (28)$$

Mivel ε_{ihn} antiszimmetrikus a (h, n) indexpárban, míg a $\partial^2 U / \partial r_h \partial r_n$ szimmetrikus a Young-tétel miatt, ezért a (28) kettős szumma zérus. Így a (27), (28)-ból

$$M_i = \sum_{knh} \varepsilon_{ikn} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial r_h \partial r_n} \right)_{\vec{R}} \Theta_{hk}. \qquad (29)$$

A (29) általánosan érvényes minden potenciálra. Speciálisan gravitációs potenciál esetén

$$U = -a/r. \qquad (30)$$

A (29)-be helyettesítve (30)-t

$$M_i = \sum_{knh} \varepsilon_{ikn} \Theta_{hk} \frac{a}{R^3} \delta_{hn} -$$

$$- \frac{3a}{R^3} \sum_{kn} \varepsilon_{ikn} n_n \sum_h \Theta_{kh} n_h, \vec{n} = -\vec{R}/R. \qquad (31)$$

A (31)-ben az első tagot n-re kiszummázva kapjuk

$$\frac{a}{R^3} \sum_{kh} \varepsilon_{ikh} \Theta_{hk}. \qquad (32)$$

Mivel ε_{ikh} antiszimmetrikus, ugyanakkor Θ_{hk} szimmetrikus a (k, h) indexpárban, ezért a (32) kettős szumma zérus. Így a (31)-ből

$$M_i = -\frac{3a}{R^3} \sum_{kn} \varepsilon_{ikn} (\Theta \vec{n})_k n_n = -\frac{3a}{R^3} [\Theta \vec{n} \times \vec{n}]_i. \qquad (33)$$

Felhasználva az $\omega_k^2 = a/R^3$ összefüggést, végül is a holdra ható árapály-forgatónyomaték a (33)-ból

$$\vec{M} = 3\omega_k^2 \vec{n} \times \Theta \vec{n}. \qquad (34)$$

7. *A kötött keringés beállásának időfüggése*

Modellünkben a holdat homogén anyageloszlású forgási ellipszoiddal közelítjük, s koordináta-rendszerünk origóját a tömegközéppontjába helyezzük, a tengelyeket pedig a nagytengelyekkel párhuzamosítjuk a *4. ábra* szerinti módon. Ekkor tehetetlenségi rendszerről lévén szó, a Θ tenzor diagonális. A hold forgástengelye mutasson a z irányba, a hold az x irányban nyúljon meg, a fél nagytengely a, a másik két féltengely pedig b, b. Ekkor a tehetetlenségi tenzor

$$\Theta = \begin{pmatrix} \Theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \Theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & \Theta_2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{4}{5} m_h (\alpha a)^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{5} m_h a^2 (1 + \alpha^2) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{5} m_h a^2 (1 + \alpha^2) \end{pmatrix}, \qquad (35)$$

ahol $\alpha = b/a$ a lapultság, melynek meghatározását korábban már tárgyaltuk.

Egyelőre azt az esetet vizsgáljuk, amikor $\vec{\omega}_f$ párhuzamos $\vec{\omega}_k$-val. A deformációs utóhatás miatt a hold megnyúlásának x tengelye bizonyos φ szöget zár be a radiális $\vec{n}$ vektorral (lásd a *4. ábrát*). A φ szög előjelét az ω_k/ω_f viszony határozza meg, mint láttuk korábban. A (34) szerinti árapály-forgatónyomaték ekkor

$$\vec{M} = \frac{3}{2} \omega_k^2 (\Theta_2 - \Theta_1) \sin(2\varphi) \vec{z}, \qquad \vec{z} = (0, 0, 1). \qquad (36)$$

Innen látható, hogy az $\vec{M}$ párhuzamos $\vec{\omega}_f$-el.

A (36) szerinti $\vec{M}$ forgatónyomaték megváltoztatja $\vec{\omega}_f$ nagyságát, az irányát viszont nem. Hogy ω_f időbeli változását meghatározhassuk, ahhoz φ-t kell ismerni, ami függ a hold rugalmassági, képlékenységi tulajdonságaitól, s az ω_f/ω_k hányadostól. Mivel adott hold deformációs jellemzői nem túl hosszú idők alatt állandónak tekinthetők, ezért ω_k viszonylagos állandósága (erre még visszatérünk) miatt φ csak ω_f-től függ. A φ szög meghatározása meglehetősen bonyolult, ezért nem vállalkozunk rá cikkünkben; csak azt használjuk ki, hogy $\varphi = \varphi(\omega_f)$.

A hold forgására a következőt írhatjuk

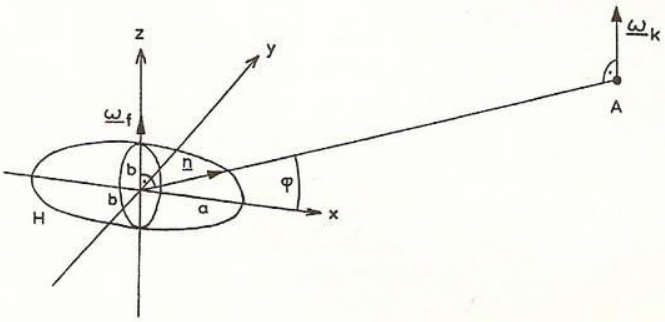
$$\Theta_2 \mathrm{d}\vec{\omega}_f / \mathrm{d}t = \vec{M}. \qquad (37)$$

A (36), (37)-ből kapjuk

$$t = \frac{2\Theta_2}{3(\Theta_2 - \Theta_1)\omega_k^2} \int \frac{\mathrm{d}\omega_f}{\sin 2\varphi(\omega_f)} = t(\omega_f). \qquad (38)$$

Mivel $\varphi(\omega_f)$-t nem ismerjük, ezért a továbbiakban a kötött keringéshez közeli állapotot vizsgáljuk. Fejtsük Taylor-sorba a $\varphi(\omega_f)$ függvényt ω_k körül

$$\varphi(\omega_f) = \varphi(\omega_k) + \sum_{n=1}^{\infty} \varphi^{(n)}(\omega_k) \frac{(\omega_f - \omega_k)^n}{n!}. \qquad (39)$$



4. ábra A kötött keringés időbeli beállásának számításához, mikor $\vec{\omega}_f \times \vec{\omega}_k = O$.

Azonban $\varphi(\omega_k) = 0$, így a (35), (38), (39) felhasználásával, megállva a sorfejtés elsőrendű tagjánál, az $\omega_f(t = 0) = \omega_o$ kezdőfeltétellel kapjuk a kötött forgáshoz közel

$$t(\omega_f) = \tau \ln \frac{[\mathrm{tg}\varphi'(\omega_k)(\omega_f) - \omega_k)]}{[\mathrm{tg}\varphi'(\omega_k)(\omega_0 - \omega_k)]},$$

$$\tau = \frac{1+\alpha^2}{3(1-\alpha^2)\omega_k^2\varphi'(\omega_k)},$$

$$\omega_f(t) = \omega_k + \frac{1}{\varphi'(\omega_k)}\cdot$$

$$\cdot\mathrm{arctg}\{\mathrm{tg}[\varphi'(\omega_k)(\omega_0 - \omega_k)]\exp(t/\tau)\}. \qquad (40)$$

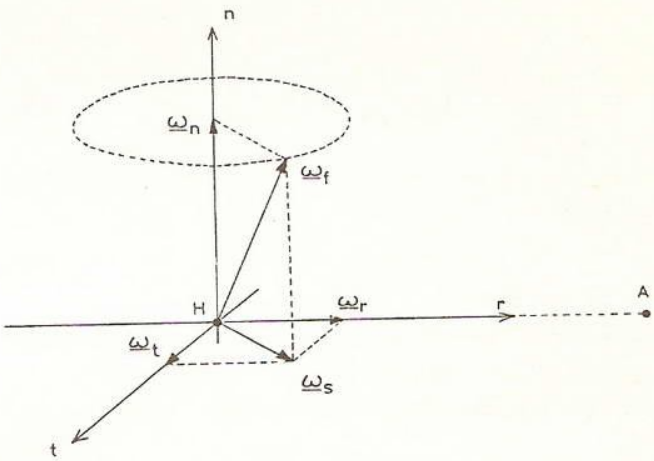
Látható, hogy a kötött keringés beállásának karakterisztikus ideje τ.

8. *A kötött keringés beállta tetszőleges kezdeti irányú $\vec{\omega}_f$ esetén*

Eddig azzal a speciális esettel foglalkoztunk, mikor $\vec{\omega}_f$ párhuzamos volt $\vec{\omega}_k$-val. Vizsgáljuk most az általános esetet. A hold forgása során pörgettyűként viselkedik. Mivel forgatónyomaték hat rá, s $\vec{J}$ impulzusmomentum-vektora nem párhuzamos az $\vec{M}$ forgatónyomaték-vektorral, ezért a $\mathrm{d}\vec{J}/\mathrm{d}t = \vec{M}$ egyenlet szerint $\vec{J}$ iránya is változik. A hold szimmetrikus súlyos pörgettyűként bonyolult precessziós-nutációs mozgást végez, aminek leírásával nem célunk foglalkozni a cikkben. Az árapály-forgatónyomaték nagyon kicsiny volta miatt azonban a precessziós- és nutációs szögsebesség igen kicsi.

Válasszuk koordináta-rendszerül azt a rendszert, amelynek egyik tengelye merőleges a pályasíkra, a másik radiális (mindig az anyabolygó felé mutat), a harmadik pedig tangenciális irányú; az origó legyen a hold centruma. A pillanatnyi $\vec{\omega}_f$ felbontható a pályasíkra merőleges $\vec{\omega}_n$ és a pályasíkba eső $\vec{\omega}_s$ komponensre; utóbbi tovább bontható radiális és tangenciális $\vec{\omega}_r$ ill. $\vec{\omega}_t$ komponensre az *5. ábra* szerinti módon. Az $\vec{\omega}_n$ komponensre ugyanaz vonatkozik, mint az eddig vizsgált speciális esetre. A pálya egy adott, tetszőleges pontjában az $\vec{\omega}_t$ komponens miatt a deformációs ellipszoid nagytengelye bizonyos szöggel elfordul az $\vec{\omega}_n$ és $\vec{\omega}_r$ kifeszítette síkban, aminek hatására olyan forgatónyomaték lép fel, mely $\vec{\omega}_t$-t csökkenti. Az $\vec{\omega}_r$ komponenst nem csökkenti semmilyen forgatónyomaték az adott pillanatban. Így tehát $\vec{\omega}_t$ révén $\vec{\omega}_s$ állandóan csökkenvén a nullához tart, míg $\vec{\omega}_n$ az $\vec{\omega}_k$-hoz konvergál. Végeredményben tehát itt is fennáll az $\vec{\omega}_f \to \vec{\omega}_k$ konvergencia. A további analitikus tárgyalástól a pörgettyűként való bonyolult viselkedés miatt eltekintünk.

A kozmogóniai elméletből nem következik, hogy a holdak $\vec{\omega}_f$ szögsebességének párhuzamosnak kellene lennie $\vec{\omega}_k$ szögsebességükkel, márpedig ez néhány kivételtől eltekintve jó közelítéssel így van. Az előzőek alapján érthetővé válik ez a tény.



5. ábra A kötött keringés beállásának kvalitatív elemzéséhez tetszőleges kezdeti irányú $\vec{\omega}_f$ esetén.

9. *Kötött keringés a Naprendszerben*

9.1. *Az Uránusz retrográd holdjai*

A retrográd keringésű holdak egyben retrográd forgásúak is. A kozmogóniai elméletből valószínűsíthető az Uránusz-holdak befogott volta, azonban kezdetben egyáltalán nem biztos, hogy a keringés iránya megegyezett a forgásiránnyal. Az, hogy az Uránusz-holdak forgásiránya is és keringése is retrográd, kötött forgásukkal magyarázható, hiszen kötött keringés csak azonos forgási-, keringési irány mellett lehetséges. Azon holdak, melyek kezdetben a retrográd keringés mellett direkt forgásúak voltak, az idő teltével forgásukban lelassultak, majd forgásuk le is állt, s ellentétes irányúvá válva felgyorsult az $\vec{\omega}_f = \vec{\omega}_k$ szögsebességig, az $\vec{\omega}_f \to \vec{\omega}_k$ konvergenciának megfelelően. Természetesen ellentétes irányú kezdeti forgási-, keringési szögsebesség esetén több idő szükséges a kötött forgás beállásához.

9.2. *A Vénusz igen lassú retrográd forgása*

A Vénusz retrográd forgású, s szokatlanul nagy a forgási periódusa. Az igen kicsi ω_f a retrográd forgás eredménye, ugyanis a Vénusz még eléggé közel van a Naphoz ahhoz, hogy hosszabb idő alatt jelentős legyen a kötött keringés beálltáért felelős árapály-effektus. Azt pedig előbb láttuk az Uránusz-holdaknál, hogy az ellentétes forgási- és keringési irányú égitestek forgása kezdetben lassul. A Vénusz éppen ebben a lassulási fázisban van. Kialakulásakor gyorsabban forgott, de az idők során, lévén retrográd forgású, lelassult forgási szögsebessége. A jövőben teljesen le fog állni tengely körüli forgása, majd el kezd direkt irányban forogni egyre gyorsabban. Mivel a Vénusznál a Nap árapály-hatása jóval kisebb mértékű, mint a Naprendszer holdjai esetében, ezért az $\vec{\omega}_f \to \vec{\omega}_k$ konvergencia is jóval lassúbb az időben (ez érvényes a Merkúrra is, ahol valamivel gyorsabb ez a folyamat, közelebb lévén a Naphoz). Hogy a Vénusznál kijjebb levő bolygóknál a Q

hányados jelentősen különbözik a kötött keringésre jellemző 1-es értéktől, az a Naptól mért nagy távolság miatti jóval kisebb árapály-hatással magyarázható.

9.3. A nem kötött forgású Hyperion

A nem kötött keringésű Hyperion kilóg a kötött forgású holdak családjából [16]. Rendkívül szabálytalan Szaturnusz-hold; a Titan és az Iatepus pályája között kering 21,3 nap periódussal. Mivel nagy távolságban kering a Szaturnusztól és igen kicsi a mérete, ezért már korábban gyanították, hogy a rendkívül kicsi árapályerő miatt kötött keringése még nem állhatott be. Ez nemcsak dinamikai szempontból jelentős, hanem Iatepus nevű szomszédja felemásságának megértésében is segít.

A kötött forgású Iatepus elől haladó félgömbjének rendkívüli sötétségére ugyanis az az elterjedt magyarázat, hogy a Szaturnusz körül retrográd pályán keringő kis albedójú porszemek erre a félgömbre csapódnak be, így jön létre a fekete felszín. Ebből a porból a Hyperionnak is kapnia kell, ha tehát ez a hold is kötött keringésű lenne, akkor az Iatepushoz hasonlóan az első és hátsó félgömbjei közt nagy albedókülönbségnek kellene lennie. Ez azonban nem látszik a Voyager-szondák felvételein.

A nagy felbontású Voyager-felvételek alapján a Hyperion tengelyforgási periódusát nagyon szabálytalan alakja miatt nem lehetett megállapítani. Azonban kis felbontású Voyager-képeket használva megmérhették a Hyperion fényességét, és a fényességváltozások fő oka a tengelyforgás volt. A távolsági adatok figyelembevételével előbb korrigálták a fényességeket, s az ezután kapott értékekben egy fél magnitudós ingadozás volt megfigyelhető, amit Fourier-analízisnek alávetve, a forgási periódusra 13,1±0,3 nap adódott. A fénysebességadatokból az is kiderült, hogy a hold forgástengelye majdnem beleesik a pálya síkjába. Ez szintén az mellett szól, hogy a Hyperion nem kötött keringésű, hiszen láttuk, hogy a kötött forgás beállási mechanizmusából az is következik, hogy a forgástengely a pályasíkra merőlegessé válik.

A Hyperion kis méretén és Szaturnusztól mért nagy távolságán túl rendkívül szabálytalan alakja is hozzájárul ahhoz, hogy ne legyen kötött keringésű. Láttuk ugyanis, hogy a kötött forgásért az árapályerő okozta deformáció miatt fellépő forgatónyomaték a felelős, amennyiben az tendenciózusan mindig úgy hat, hogy a tengelyforgás szögsebessége a keringési szögsebességhez konvergál. Egy szabálytalan alakú hold esetén az eredő forgatónyomaték a forgás során állandóan változik, hol elősegítve, hol hátráltatva ezt a konvergenciát. Hogy a szabálytalan alaknak tényleg a kötött forgás beálltát lassító szerepe van, azt az is bizonyítja, hogy a Hyperion átmérője 310±40 km, míg a jóval messzebb keringő szabályos gömb alakú Phoebe átmérője ennél is kisebb, 140±80 km, ugyanakkor a Phoebe kötött forgású.

9.4. A Plutó és Charon teljesen kötött rendszere

A Plutó és a Charon keringési- és forgási periódusa megegyezik (6,39 nap) [17]. Ennek oka, hogy a Naprendszerben a Charon a legnagyobb hold az anyabolygója tömegéhez viszonyítva (a Föld Holdja a második legnagyobb ebben az értelemben), $m_{\text{Plutó}}/m_{\text{Charon}} = 31$ ($m_{\text{Föld}}/m_{\text{Hold}} = 81$); s meglehetősen közel keringenek egymáshoz, a köztük lévő távolság a Plutó sugarának mindössze 14-szerese (a Föld-Hold távolság a Föld sugarának 60-szorosa). Mindebből következik, hogy a árapályerő deformációja miatti forgatónyomatéknak nemcsak a Charonra, hanem a Plutóra is jelentős a hatása. Az anyabolygón ébredő árapályerőtől az eddigiek során jogosan eltekintettünk, mivel általában oly nagy a tömegbeli eltérés hold és anyabolygója között. A Plutó ugyanazon árapályerő miatt állt be kötött forgásra, mint a Charon, s mivel nincs a Plutónak másik holdja, ezért alakult ki a teljesen kötött keringés.

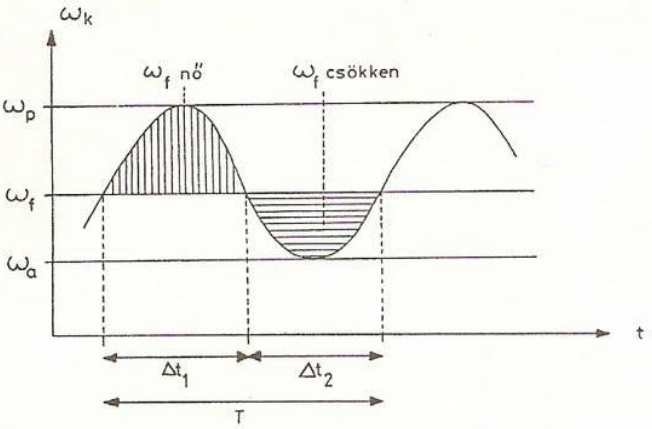
9.5. A Föld Holdjának szekuláris távolódása

A Föld-Hold rendszerben a Holdnak a Földre kifejtett árapályereje okozza a közismert tengeri apály- és dagályhullámokat. Ezek a hullámok szintén disszipációt okoznak, de minthogy felszíni hatásról van szó, ennek az árapálysúrlódásnak nem a hőtermelése a domináló (a Föld mélyében végbemenő árapályfűtés és radioaktív bomlás nagyságrendekkel több energiát termel). A Hold miatti földi árapálysúrlódás lényegesebb hatása a Föld tengelyforgási szögsebességének szekuláris lassulásában nyilvánul meg. Paleontológiai adatok alapján kimutatható, hogy a Föld forgási ideje, azaz a nap hossza korábbi földtörténeti korszakokban kisebb volt [18].

De nem csak a Föld forgása lassult le az idők során az árapálysúrlódás miatt, hanem a Hold keringési periódusa is megnőtt, s ma is állandóan, bár nagyon lassan növekszik. A földi dagálypúp a Föld forgása miatt nem pontosan a Hold irányába mutat, hanem kissé előre, ezért a dagálypúp gravitációs tere kissé gyorsítja a holdat, minek hatására az egyre távolabb kering a Földtől. Az impulzusmomentum megmaradásának törvénye értelmében a Föld árapálysúrlódásból származó impulzusmomentumvesztesége a Holdnak adódott át, s ennek eredménye a Hold egyre távolabbi Föld körüli keringése. Az árapály-effektus ilyetén való kölcsönössége miatt hosszabb idő alatt figyelembe kell tehát venni ezeket a szekuláris változásokat is, amiktől eddigi vizsgálataink során eltekintettünk.

10. A pálya-excentricitás és a kötött keringés

Eddig olyan eseteket vizsgáltunk, mikor a hold kör alakú pályán keringett, azaz a pálya-excentricitás zérus volt. Jogos volt ez a feltételezésünk, mivel több-



6. ábra A kötött keringés beállásának kvalitatív elemzéséhez zérusnál nagyobb pálya-excentricitás esetén.

nyire valóban csaknem körpályán keringenek a holdak bolygóik körül. Érdekes megvizsgálni a nagy excentricitású pálya esetét, még ha előfordulása kevéssé gyakori is, mert a Föld Holdjánál is tapasztalható a pálya-excentricitásból adódó effektus.

Vizsgáljunk hát egy elnyúlt ellipszispályán keringő holdat. A pálya-excentricitás első szembeötlő hatása, hogy az árapályerő periodikusan fluktuál, így az általa keltett deformáció is, ami hozzájárul az árapályfűtéshez. Egy szomszédos holdak nélküli kötött keringésű holdnál az árapályfűtés egyedüli oka a pálya-excentricitás.

Az ellipszis-pályán való keringés további hatása, hogy a keringési szögsebesség nem állandó (mint eddig feltételeztük), hanem időben periodikusan változik az apogeumhoz és a perigeumhoz tartozó ω_a és ω_p szögsebességek között a *6. ábra* szerinti módon. Tekintsük ezek után a kötött keringést kialakító, korábban már vázolt mechanizmus hatását. Amíg $\omega_f < \omega_a$ vagy $\omega_f > \omega_p$, a hatás ugyanaz, mint a zérus excentricitású pályánál, mindig olyan árapály-forgatónyomaték lép fel, mely ω_f-t az $\omega_a \leq \omega \leq \omega_p$ intervallum felé konvergáltatja. Módosul a helyzet, ha $\omega_a \leq \omega_f \leq \omega_p$, ugyanis a forgatónyomaték hatása mindig olyan, hogy a pillanatnyi ω_k-hoz konvergáltatja ω_f-t. Ily módon egy periódus alatt a Δt_1 időintervallumban ω_f nő, mert ekkor $\omega_f < \omega_k$, míg a Δt_2 időintervallumban csökken, mert ekkor $\omega_f > \omega_k$ (lásd a *6. ábrát*). Így ω_f változása már nem egyirányú, mint amilyen körpályánál volt. Ha ω_f az ω_p körül van, akkor a Δt_1 növekedési időintervallum hossza csekély a Δt_2 csökkenési intervalluméhoz képest, míg ha ω_f az ω_a körüli, akkor fordított a helyzet. Így egy periódus alatt az első esetben ω_f csökkenése, a másodikban pedig növekedése dominál. Tehát az $\omega_a \leq \omega \leq \omega_p$ intervallumban is időátlagban fellép bizonyos konvergencia, ami addig tart, amíg a Δt_1 növekedési és a Δt_2 csökkenési időszakaszok egyenlőek nem lesznek. Ezután ω_f további változása időátlagban zérus lesz. Arra a következtetésre jutunk tehát, hogy zérusnál nagyobb pálya-excentricitás esetén ω_f egy $\omega_a \leq \vec{\omega}_k \leq \omega_p$ értékhez konvergál, ahol $\vec{\omega}_k$ a keringési szögsebesség időátlaga; ily módon időátlagban szintén kötött keringés lép fel.

Egy nagy pálya-excentricitású, kötött keringést végző hold az anyabolygójáról szemlélve mindig ugyanazt az oldalát fordítja a bolygó felé, de mert a keringési szögsebesség periodikusan hol kisebb, hol nagyobb $\omega_f = \omega_k$-nál, a holdarc billegni látszik, azaz váltakozva hol a hold keleti, hol a nyugati pereme mögé lehet látni. A hold ezen látszólagos billegését a csillagászatban librációnak nevezik. A libráció miatt például a Földről a Holdnak nem csak az 50 %-a, hanem valamivel több, 59 %-a figyelhető meg időátlagban [17].

A libráció miatt egy nagy pálya-excentricitású holdon álló megfigyelő azt látná, hogy bizonyos ideig az anyabolygó a szokásostól ellentétes irányban haladna az égbolton, majd megfordulva folytatná útját. Ha megfigyelőnk úgy helyezkedne el a holdon, hogy a perigeumátmenet idejét az anyabolygót a keleti horizonton látná, akkor megfigyelhetné, amint a bolygó feltűnik a horizonton, visszafordulván lebukik az alá, majd nemsokára ismét felkel, s folytatja útját az égbolton.

IRODALOM

[1] D. P. Cruikshank, D. Morrison: The Galilean Satellites of Jupiter. Scientific American *242/1*, 108–116 (1980)

[2] Illés E.: Jégholdak az óriásbolygók körül. Természet Világa *120*, 299–306 (1989)

[3] J. Kinoshita: Neptune. Scientific American *261/11*, 60–69 (1989)

[4] B. A. Smith et al: Voyager 2 in the Uranian System: Imaging Science Results. Science *233*, 43–64 (1986)

[5] P. M. Cassen, S. J. Peale, R. T. Reynolds; Structure and Thermal Evolution of the Galilean Satellites. The Satellites of Jupiter. (D. Morisson, Ed.) Univ. of Arisona Press, 93–128 (1982)

[6] Barta Gy., Balázs B.: Kozmikus fizika. ELTE TTK jegyzet, Tankönyvkiadó, Budapest, 1982, 125 o.

[7] D. Morrison, D. P. Cruikshank: Physical Properties of the Natural Satellites. Space Science Reviews *15*, 641–739 (1974)

[8] W. B. McKinnon: Odd Tectonics of a Rebuilt Moon. Nature 333, 701–702 (1988)

[9] R. T. Reynolds, S. W. Squyres, C. P. McKay, J. F. Kasting: Európa - Egy óceán lehetősége. Fizikai Szemle *39*, 370–374 (1989)

[10] S. W. Squyres, R. T. Reynolds, P. M. Cassen, S. J. Peale: The Evolution of Enceladus. Icarus *53*, 319–331 (1983)

[11] R. N. Clark: Ganymede, Europa, Callisto and Saturn's Rings: Compositional Analysis from Reflectance Spectroscopy. Icarus *44*, 388–409 (1980)

[12] Hédervári P.: Vulkánosság a Naprendszerben. Csillagászati Évkönyv 1985, 191–219. o., Gondolat K., Budapest

[13] Balázs B., Érdi B., Marik M., Szécsényi G., Vízi Zs.: Bevezetés a csillagászatba. ELTE TTK jegyzet, Tankönyvkiadó, Budapest, 1985, 279 o.

[14] S. K. Runcorn: A Hold ősi mágnessége. Tudomány 1988 február 10–18. o.

[15] S. J. Peale, P. M. Cassen: Contribution of Tidal Dissipation to Lunar Thermal History. Icarus *36*, 245–269 (1978)

[16] P. Thomas, J. Veverka, D. Wenkert, G. E. Danielson, M. E. Davies: Hyperion: 13-day rotation from Voyager data. Nature 307, 716–717 (1984)

[17] Almár, I. (főszerk.), Horváth, A. (szerk.): Űrhajózási lexikon. Akadémiai — Zrínyi Katonai K., Budapest, 1981

[18] J. Brooks, G. Shaw: Az élő rendszerek eredete és fejlődése. Gondolat K., Budapest, 1981, p. 505